

Álgebra: ejercicios de matemáticas resueltos paso a paso

21 ejercicios con la solución explicada paso a paso, y la teoría de los 6 temas que trae esta selección.

Material propio de solucionariomatematicas.es. Los enunciados y las soluciones están escritos por nosotros. La versión al día, con más ejercicios y de todos los cursos, está siempre en:

solucionariomatematicas.es

Álgebra: ejercicios de matemáticas resueltos paso a paso

Lenguaje algebraico: pasar de las palabras a las letras

Lo que hay que saber

△ El orden de las palabras importa: «la mitad de un número más 5» es $x/2 + 5$, y «la mitad de la suma de un número y 5» es $(x + 5)/2$. No es lo mismo.

- 1 Escribe en lenguaje algebraico: el doble de un número menos 3.

Solución

«El doble» es $2x$ y «menos 3» se resta al final.

Queda $2x - 3$.

- 2 Escribe en lenguaje algebraico: la mitad de un número más 5.

Solución

«La mitad» es $x/2$. △ No es $(x + 5)/2$: eso sería «la mitad de un número más 5», con el «más 5» dentro.

Queda $x/2 + 5$.

- 3 Escribe en lenguaje algebraico: el cuadrado de la suma de un número y 4.

Solución

Primero la suma, y el cuadrado afuera. △ No es $x^2 + 4^2$.

Queda $(x + 4)^2$.

- 4 Escribe en lenguaje algebraico: tres números consecutivos.

Solución

Si el primero es x , el siguiente es $x + 1$ y el otro $x + 2$.

La suma se simplifica a $3x + 3$.

Queda $x + (x + 1) + (x + 2) = 3x + 3$.

Valor numérico de una expresión

Lo que hay que saber

Se sustituye la letra por el número y se opera. △ Cuidado con los negativos: $(-3)^2 = +9$.

- 5 Halla el valor numérico de $3x - 7$ para $x = 4$.

Solución

Se sustituye la x por el número y se opera.

$3 \cdot 4 - 7 = 12 - 7 = 5$.

6 Halla el valor numérico de $x^2 + 2x$ para $x = -3$.

Solución

Se sustituye la x por el número y se opera.

$(-3)^2 + 2 \cdot (-3) = 9 - 6$. $\triangle$ El cuadrado de un negativo es positivo. = **3**.

7 Halla el valor numérico de $(x + 1) / 2$ para $x = 9$.

Solución

Se sustituye la x por el número y se opera.

$(9 + 1) / 2 = 10 / 2 = \mathbf{5}$.

Operar con expresiones algebraicas

Lo que hay que saber

Solo se juntan los términos **semejantes**. $\triangle$ Un menos delante de un paréntesis cambia el signo de todo lo de dentro.

8 Simplifica: $3x + 5x - 2x$.

Solución

Todos son semejantes (la misma x), así que se suman y restan los números: $3 + 5 - 2 = 6$.

Queda **$6x$** .

9 Simplifica: $2(x + 3) + 4x$.

Solución

Primero el paréntesis: $2x + 6$. Luego $2x + 4x = 6x$.

Queda **$6x + 6$** .

10 Simplifica: $5x - (2x - 7)$.

Solución

$\triangle$ El menos delante del paréntesis cambia los dos signos de dentro: $-2x + 7$.

Queda **$3x + 7$** .

Ecuaciones sencillas

Lo que hay que saber

Se despeja la x : lo que suma pasa restando y lo que multiplica pasa dividiendo. Y al final se comprueba.

11 Resuelve: $x + 7 = 12$.

Solución

Se pasa el 7 restando.

La solución es **$x = 5$** .

Comprobación: se sustituye y los dos lados valen lo mismo.

12 Resuelve: $4x = 20$.

Solución

Se pasa el 4 dividiendo.

La solución es $x = 5$.

Comprobación: se sustituye y los dos lados valen lo mismo.

13 Resuelve: $2x - 3 = 9$.

Solución

Primero el 3 sumando ($2x = 12$) y luego el 2 dividiendo.

La solución es $x = 6$.

Comprobación: se sustituye y los dos lados valen lo mismo.

Sucesiones y término general

Lo que hay que saber

El **término general** es la fórmula que da cualquier término a partir de su posición. $\triangle$ Una fórmula que acierta los cuatro primeros puede fallar en el quinto: hay que comprobarla con uno más.

14 Halla el término general de la sucesión 2, 4, 6, 8, ... y el quinto término.

Solución

Cada término es el doble de su posición: el 1.º es 2, el 2.º es 4...

El término general es $a_n = 2n$, y el 5.º sería 10.

15 Halla el término general de la sucesión 1, 4, 9, 16, ... y el quinto término.

Solución

Son los cuadrados: $1^2, 2^2, 3^2 \dots$

$a_n = n^2$, y el 5.º es 25.

16 Halla el término general de la sucesión 3, 5, 7, 9, ... y el quinto término.

Solución

Van de 2 en 2, así que lleva un $2n$; y el primero es 3, no 2, así que sobra un $+1$.

$a_n = 2n + 1$, y el 5.º es 11.

17 Halla el término general de la sucesión 5, 10, 20, 40, ... y el quinto término.

Solución

$\triangle$ Esta no va sumando: va **multiplicando** por 2 cada vez.

$a_n = 5 \cdot 2^{n-1}$, y el 5.º es 80.

Progresiones aritméticas y geométricas

Lo que hay que saber

Aritmética: cada término es el anterior MÁS una diferencia fija. **Geométrica:** cada término es el anterior POR una razón fija. $\triangle$ Se comprueban las dos antes de decidir.

- 18** En una progresión aritmética el primer término es 3 y la diferencia 4. Halla el término 10 y la suma de los 10 primeros.

Solución

En una progresión **aritmética** cada término es el anterior más la misma diferencia d .

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d = 3 + 9 \cdot 4 = \mathbf{39}.$$

$$\text{La suma de los } n \text{ primeros es } (a_1 + a_n) \cdot n / 2 = (3 + 39) \cdot 10 / 2 = \mathbf{210}.$$

$\triangle$ La fórmula de la suma sale de emparejar el primero con el último, el segundo con el penúltimo... y que todas las parejas sumen lo mismo.

- 19** En una progresión aritmética $a_1 = 7$ y $d = -2$. Halla a_8 y la suma de los 8 primeros.

Solución

$$a_8 = 7 + 7 \cdot (-2) = 7 - 14 = \mathbf{-7}.$$

$$\text{Suma} = (7 + (-7)) \cdot 8 / 2 = \mathbf{0}.$$

$\triangle$ Que la suma dé 0 no es un error: la progresión baja y los términos negativos compensan a los positivos.

- 20** En una progresión geométrica $a_1 = 2$ y la razón es 3. Halla a_5 .

Solución

En una **geométrica** cada término es el anterior por la misma razón r .

$$a_n = a_1 \cdot r^{n-1} = 2 \cdot 3^4 = 2 \cdot 81 = \mathbf{162}.$$

- 21** ¿Es 2, 6, 10, 14 una progresión aritmética o geométrica?

Solución

Se mira la **diferencia** entre términos seguidos: $6 - 2 = 4$, $10 - 6 = 4$, $14 - 10 = 4$. Siempre la misma.

Y el **cociente**: $6/2 = 3$ pero $10/6 = 1,67$. No es constante.

Es **aritmética**, con $d = 4$. $\triangle$ Hay que comprobar las dos cosas: una sucesión puede no ser ni lo uno ni lo otro.