

Asíntotas: ejercicios de matemáticas resueltos paso a paso

13 ejercicios con la solución explicada paso a paso, y la teoría de los 4 temas que trae esta selección.

Material propio de solucionariomatematicas.es. Los enunciados y las soluciones están escritos por nosotros. La versión al día, con más ejercicios y de todos los cursos, está siempre en:

solucionariomatematicas.es

Asíntotas: ejercicios de matemáticas resueltos paso a paso

Asíntotas verticales

Lo que hay que saber

Se buscan los valores que **anulan el denominador**. Pero eso no basta: si el numerador se anula en el mismo punto puede no haber asíntota, sino un **hueco**. Hay que simplificar primero.

1 Halla las asíntotas verticales de $f(x) = 1 / (x - 2)$.

Solución

El denominador se anula en $x = 2$, y ahí el numerador vale $1 \neq 0$.

Hay una **asíntota vertical en $x = 2$** .

2 Halla las asíntotas verticales de $f(x) = (x + 1) / (x - 3)$.

Solución

Se anula el denominador en $x = 3$; el numerador vale $4 \neq 0$.

Asíntota vertical en $x = 3$.

3 Halla las asíntotas verticales de $f(x) = 1 / (x^2 - 4)$.

Solución

$x^2 - 4 = 0$ da $x = 2$ y $x = -2$, y el numerador no se anula en ninguno.

Hay **dos**: $x = 2$ y $x = -2$.

4 Halla las asíntotas verticales de $f(x) = (x^2 - 1) / (x - 1)$.

Solución

El denominador se anula en $x = 1$... **pero el numerador también**: $x^2 - 1 = (x - 1)(x + 1)$.

Al simplificar queda $f(x) = x + 1$: **no hay asíntota**, hay un hueco. Que el denominador se anule NO basta.

Asíntotas horizontales

Lo que hay que saber

Se compara el **grado** de arriba con el de abajo: si abajo es mayor, $y = 0$; si son iguales, el **cociente de los coeficientes principales**; si arriba es mayor, no hay horizontal.

5 Halla la asíntota horizontal de $f(x) = 1 / x$.

Solución

El grado de abajo (1) es mayor que el de arriba (0), así que el límite en el infinito es 0.

La asíntota horizontal es **$y = 0$** .

6 Halla la asíntota horizontal de $f(x) = (2x + 1) / (x - 3)$.

Solución

Los grados son iguales (1 y 1), así que el límite es el **cociente de los coeficientes principales**: $2/1 = 2$.

La asíntota horizontal es **$y = 2$** .

7 Halla la asíntota horizontal de $f(x) = (3x^2 - 1) / (x^2 + 2)$.

Solución

Mismo grado arriba y abajo: $3/1 = 3$.

La asíntota horizontal es **$y = 3$** .

8 Halla la asíntota horizontal de $f(x) = (x - 5) / (2x^2 + 1)$.

Solución

Abajo el grado es mayor, así que el límite es 0.

La asíntota horizontal es **$y = 0$** .

Asíntotas oblicuas

Lo que hay que saber

Hay oblicua cuando el grado de arriba es **exactamente uno más** que el de abajo, y se encuentra **dividiendo**: el cociente es la asíntota. $\triangle$ Horizontal y oblicua son **incompatibles**: o una, o la otra, o ninguna.

9 Halla la asíntota oblicua de $f(x) = (x^2 + 1) / x$.

Solución

$x^2 + 1$ entre x da **x** de cociente y 1 de resto, así que $f(x) = x + 1/x$.

La asíntota oblicua es **$y = x$** .

10 Halla la asíntota oblicua de $f(x) = (x^2 + 2x - 1) / (x + 1)$.

Solución

Dividiendo, el cociente es **$x + 1$** y el resto -2 , así que $f(x) = x + 1 - 2/(x + 1)$: esa última parte se hace 0 cuando x crece.

La asíntota oblicua es **$y = x + 1$** .

11 Halla la asíntota oblicua de $f(x) = (2x^2 + x) / (x - 1)$.

Solución

Dividiendo, el cociente es **$2x + 3$** y el resto 3.

La asíntota oblicua es **$y = 2x + 3$** .

Todas las asíntotas de una función

Lo que hay que saber

Se buscan por separado y en este orden: verticales (denominador), y después horizontal u oblicua según los grados. $\triangle$ Una función puede tener varias verticales, pero **como mucho una** horizontal u oblicua por cada lado.

12

Halla todas las asíntotas de $f(x) = (2x + 1) / (x - 3)$.

Solución

Verticales: $x = 3$.

Horizontal: $y = 2$. $\triangle$ Al haber horizontal, **no hay oblicua**.

13

Halla todas las asíntotas de $f(x) = (x^2 + 1) / x$.

Solución

Verticales: $x = 0$.

Oblicua: $y = x$. $\triangle$ Al haber oblicua, **no hay horizontal**.
