

Continuidad: ejercicios de matemáticas resueltos paso a paso

15 ejercicios con la solución explicada paso a paso, y la teoría de los 4 temas que trae esta selección.

Material propio de solucionariomatematicas.es. Los enunciados y las soluciones están escritos por nosotros. La versión al día, con más ejercicios y de todos los cursos, está siempre en:

solucionariomatematicas.es

Continuidad: ejercicios de matemáticas resueltos paso a paso

¿Es continua en un punto?

Lo que hay que saber

Una función es continua en $x = a$ cuando se cumplen las **tres** condiciones: que exista **$f(a)$** , que existan los dos **límites laterales y sean iguales**, y que ese límite **valga $f(a)$** . $\triangle$ Basta que falle una para que no lo sea.

1 Estudia si $f(x) = x^2 + 1$ es continua en $x = 2$.

Solución

Aquí es un polinomio, y los polinomios son continuos en todos los puntos, así que $f(2) = 5$ y el límite vale lo mismo.

Sí es continua en $x = 2$.

2 Estudia si $f(x) = (x^2 - 4) / (x - 2)$ es continua en $x = 2$.

Solución

Aquí en $x = 2$ el denominador se anula, así que $f(2)$ **no existe**.

No es continua en $x = 2$: falla ya la primera condición.

3 Estudia si $f(x) = 1 / x$ es continua en $x = 0$.

Solución

Aquí en $x = 0$ no existe $f(0)$ y además los laterales se van a infinito.

No es continua en $x = 0$: falla ya la primera condición.

4 Estudia si $f(x) = (x - 3) / (x^2 - 9)$ es continua en $x = 3$.

Solución

Aquí $f(3)$ no existe: el denominador se anula.

No es continua en $x = 3$: falla ya la primera condición.

Clasificar una discontinuidad

Lo que hay que saber

- Lo que decide el tipo son los **límites laterales**, en este orden: si los dos existen y son iguales, es **evitable**; si existen y son distintos, es de **salto finito**; y si alguno se va a infinito, es de **salto infinito** (y ahí hay una asíntota vertical).

5 Clasifica la discontinuidad de $f(x) = (x^2 - 4) / (x - 2)$ en $x = 2$.

Solución

$f(2)$ no existe, así que discontinua seguro. Lo que queda es decir **de qué tipo**, y eso lo deciden los **límites laterales**.

Los dos laterales valen lo mismo (4), pero $f(2)$ no existe.

Se **evita** definiendo $f(2) = 4$: con ese único retoque la función pasa a ser continua. Por eso se llama evitable.

6 Clasifica la discontinuidad de $f(x) = (x^2 - 9) / (x - 3)$ en $x = 3$.

Solución

$f(3)$ no existe, así que discontinua seguro. Lo que queda es decir **de qué tipo**, y eso lo deciden los **límites laterales**.

Los dos laterales valen 6 y $f(3)$ no existe.

Se evita definiendo $f(3) = 6$.

7 Clasifica la discontinuidad de $f(x) = 1 / x$ en $x = 0$.

Solución

$f(0)$ no existe, así que discontinua seguro. Lo que queda es decir **de qué tipo**, y eso lo deciden los **límites laterales**.

Por la izquierda se va a $-\infty$ y por la derecha a $+\infty$.

Es una discontinuidad de **salto infinito**, y $x = 0$ es una asíntota vertical.

8 Clasifica la discontinuidad de $f(x) = 1 / (x - 1)^2$ en $x = 1$.

Solución

$f(1)$ no existe, así que discontinua seguro. Lo que queda es decir **de qué tipo**, y eso lo deciden los **límites laterales**.

Por los dos lados se va a $+\infty$.

Salto **infinito** también: que los dos lados coincidan en el infinito no la hace evitable, porque el límite no es un número.

Continuidad de una función a trozos

Lo que hay que saber

El único punto que hay que estudiar es el del **cambio de trozo**: dentro de cada trozo suelen ser polinomios, que son continuos. $\triangle$ Y un cambio de trozo **no** significa que haya un salto: hay que mirarlo.

9 Estudia la continuidad de $f(x) = 2x + 1$ si $x < 1$, y $f(x) = x^2 + 3$ si $x \geq 1$ en $x = 1$.

Solución

El punto que hay que mirar es el del **cambio de trozo**, $x = 1$: dentro de cada trozo son polinomios y no hay nada que estudiar.

Límite por la izquierda: 2,999998. Límite por la derecha: 4,000002.

Son **distintos**, así que hay una discontinuidad de **salto finito** en $x = 1$, de tamaño $4,000002 - 2,999998 = 1,000004$.

10 Estudia la continuidad de $f(x) = x + 3$ si $x < 2$, y $f(x) = 5 - x$ si $x \geq 2$ en $x = 2$.

Solución

Límite por la izquierda: 4,999999. Límite por la derecha: 2,999999.

Son **distintos**, así que hay una discontinuidad de **salto finito** en $x = 2$, de tamaño $2,999999 - 4,999999 = 2$.

11 Estudia la continuidad de $f(x) = x^2$ si $x \leq 0$, y $f(x) = x + 1$ si $x > 0$ en $x = 0$.

Solución

Límite por la izquierda: 0. Límite por la derecha: 1,000001.

Son **distintos**, así que hay una discontinuidad de **salto finito** en $x = 0$, de tamaño $1,000001 - 0 = 1,000001$.

12 Estudia la continuidad de $f(x) = 3x - 1$ si $x < 2$, y $f(x) = x + 3$ si $x \geq 2$, en $x = 2$.

Solución

Límite por la izquierda: 4,999997. Límite por la derecha: 5,000001.

Coinciden, y $f(2) = 5$.

△ **Sí es continua** en $x = 2$: que haya un cambio de trozo no significa que haya un salto.

Hallar el parámetro para que sea continua

Lo que hay que saber

Se plantea que los dos límites laterales sean iguales en el punto del cambio y se despeja. △ Y conviene **comprobarlo**: se sustituye el valor hallado y se vuelve a mirar si la función es continua ahí.

13 Halla el valor de k para que $f(x) = x + k$ si $x < 1$, y $f(x) = 3x$ si $x \geq 1$ sea continua en $x = 1$.

Solución

La función es continua en cada trozo, así que lo único que hay que forzar es que los dos **límites laterales coincidan** en $x = 1$.

Por la izquierda el límite es $1 + k$; por la derecha, $3 \cdot 1 = 3$.

Para que sea continua tienen que ser iguales: $1 + k = 3$.

Queda **$k = 2$** .

14 Halla el valor de k para que $f(x) = 2x + k$ si $x < 2$, y $f(x) = x^2$ si $x \geq 2$ sea continua en $x = 2$.

Solución

La función es continua en cada trozo, así que lo único que hay que forzar es que los dos **límites laterales coincidan** en $x = 2$.

Por la izquierda, $4 + k$; por la derecha, $2^2 = 4$.

Se igualan: $4 + k = 4$.

Queda **$k = 0$** .

15 Halla el valor de k para que $f(x) = kx$ si $x < 3$, y $f(x) = x + 6$ si $x \geq 3$ sea continua en $x = 3$.

Solución

La función es continua en cada trozo, así que lo único que hay que forzar es que los dos **límites laterales coincidan** en $x = 3$.

Por la izquierda, $3k$; por la derecha, $3 + 6 = 9$.

Se igualan: $3k = 9$.

Queda **$k = 3$** .
