

Distribución binomial: ejercicios de matemáticas resueltos paso a paso

10 ejercicios con la solución explicada paso a paso, y la teoría de los 3 temas que trae esta selección.

Material propio de solucionariomatematicas.es. Los enunciados y las soluciones están escritos por nosotros. La versión al día, con más ejercicios y de todos los cursos, está siempre en:

solucionariomatematicas.es

Distribución binomial: ejercicios de matemáticas resueltos paso a paso

Probabilidad de un número exacto de éxitos

Lo que hay que saber

Hay binomial cuando se repite **n veces** el mismo experimento, siempre con la misma probabilidad de éxito **p**, y las repeticiones son **independientes**. La fórmula: $P(X = k) = C(n, k) \cdot p^k \cdot q^{n-k}$. $\triangle$ Comprobar las tres condiciones es parte del ejercicio: sin ellas no se puede aplicar.

- 1** Se lanza una moneda 5 veces. Calcula la probabilidad de que salgan exactamente 3 caras.

Solución

Es una **binomial**: se repite 5 veces el mismo experimento, cada vez con la misma probabilidad de éxito $p = 0,5$, y las repeticiones son independientes. $B(5, 0,5)$.

$$P(X = 3) = C(5, 3) \cdot (0,5)^3 \cdot (0,5)^2 = 10 \cdot 0,03125 = \mathbf{0,3125 \approx 31,25 \%}$$

- 2** Se lanza un dado 4 veces. Calcula la probabilidad de que salgan exactamente dos seises.

Solución

Es una **binomial**: se repite 4 veces el mismo experimento, cada vez con la misma probabilidad de éxito $p = 1/6$, y las repeticiones son independientes. $B(4, 1/6)$.

$$P(X = 2) = C(4, 2) \cdot (1/6)^2 \cdot (5/6)^2 = 6 \cdot 25/1296 = \mathbf{25/216 \approx 0,1157 \approx 11,57 \%}$$

- 3** Se lanza una moneda 6 veces. Calcula la probabilidad de que salga cara las 6 veces.

Solución

Es una **binomial**: se repite 6 veces el mismo experimento, cada vez con la misma probabilidad de éxito $p = 0,5$, y las repeticiones son independientes. $B(6, 0,5)$.

$$P(X = 6) = C(6, 6) \cdot (0,5)^6 \cdot (0,5)^0 = 1 \cdot 0,015625 = \mathbf{0,015625 \approx 1,56 \%}$$

- 4** Un test tiene 3 preguntas con 4 opciones y se responde al azar. Calcula la probabilidad de que se acierte exactamente una.

Solución

Es una **binomial**: se repite 3 veces el mismo experimento, cada vez con la misma probabilidad de éxito $p = 0,25$, y las repeticiones son independientes. $B(3, 0,25)$.

$$P(X = 1) = C(3, 1) \cdot (0,25)^1 \cdot (0,75)^2 = 3 \cdot 0,140625 = \mathbf{0,421875 \approx 42,19 \%}$$

«Al menos» y «como mucho»

Lo que hay que saber

- «**Al menos uno**» casi nunca se suma: se calcula por el contrario, $1 - P(0)$. Ahorra la mitad del trabajo y es donde más tiempo se pierde en un examen.

- 5 Se lanza una moneda 5 veces. Calcula la probabilidad de que salga al menos una cara.

Solución

La distribución es $B(5, 0,5)$.

- «Al menos uno» es el **contrario** de «ninguno», y eso ahorra sumar: $P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - 0,03125 = \mathbf{0,96875}$.
 $\approx \mathbf{96,88\%}$.

- 6 Se lanza un dado 4 veces. Calcula la probabilidad de que salga al menos un seis.

Solución

La distribución es $B(4, 1/6)$.

- «Al menos uno» es el **contrario** de «ninguno», y eso ahorra sumar: $P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - 625/1296 = \mathbf{671/1296} \approx \mathbf{0,5177}$.
 $\approx \mathbf{51,77\%}$.

- 7 Se lanza una moneda 4 veces. Calcula la probabilidad de que salga como mucho una cara.

Solución

La distribución es $B(4, 0,5)$.

- «Como mucho uno» es $P(X = 0) + P(X = 1) = 0,0625 + 0,25 = \mathbf{0,3125}$.
 $\approx \mathbf{31,25\%}$.

Media y varianza de una binomial

Lo que hay que saber

- $\mu = n \cdot p$ y $\sigma^2 = n \cdot p \cdot q$. Son dos fórmulas cortas que salen mucho y conviene saber de memoria. $\triangle$ La media es lo que cabe esperar «por término medio», y no tiene por qué ser un número posible de éxitos.

- 8 Se lanza una moneda 20 veces. Halla la media y la varianza del número de éxitos.

Solución

$$\mu = 20 \cdot 0,5 = \mathbf{10}.$$

$$\sigma^2 = 20 \cdot 0,5 \cdot 0,5 = \mathbf{5}.$$

- 9 Se lanza un dado 60 veces. Halla la media y la varianza del número de éxitos.

Solución

$$\mu = 60 \cdot 1/6 = \mathbf{10}.$$

$$\sigma^2 = 60 \cdot 1/6 \cdot 5/6 = \mathbf{25/3} \approx \mathbf{8,33}.$$

10

Un jugador encesta el 30 % de sus tiros y lanza 10 veces. Halla la media y la varianza del número de éxitos.

Solución

$$\mu = 10 \cdot 0,3 = \mathbf{3}.$$

$$\sigma^2 = 10 \cdot 0,3 \cdot 0,7 = \mathbf{2,1}.$$
