

Distribución normal: ejercicios de matemáticas resueltos paso a paso

15 ejercicios con la solución explicada paso a paso, y la teoría de los 4 temas que trae esta selección.

Material propio de solucionariomatematicas.es. Los enunciados y las soluciones están escritos por nosotros. La versión al día, con más ejercicios y de todos los cursos, está siempre en:

solucionariomatematicas.es

Distribución normal: ejercicios de matemáticas resueltos paso a paso

Leer la tabla de la distribución normal $N(0,1)$

Lo que hay que saber

⚠ La tabla solo trae valores **positivos** y da siempre «menor o igual». Para lo demás: $P(Z \leq -a) = 1 - P(Z \leq a)$ y $P(Z > a) = 1 - P(Z \leq a)$.

1 Calcula $P(Z \leq 1,25)$ en una normal estándar $N(0, 1)$.

Solución

Se busca 1,2 en la columna de la izquierda y 0,05 en la fila de arriba.

La tabla da directamente **0,8944**.

2 Calcula $P(Z \leq -0,5)$ en una normal estándar $N(0, 1)$.

Solución

⚠ La tabla solo trae valores positivos. Se usa la simetría: $P(Z \leq -a) = 1 - P(Z \leq a)$.

$P(Z \leq 0,5) = 0,6915$, así que $P(Z \leq -0,5) = 1 - 0,6915 = \mathbf{0,3085}$.

3 Calcula $P(Z > 1,64)$ en una normal estándar $N(0, 1)$.

Solución

La tabla da «menor o igual», así que se usa el contrario.

$P(Z > 1,64) = 1 - P(Z \leq 1,64) = 1 - 0,9495 = \mathbf{0,0505}$.

4 Calcula $P(-1 \leq Z \leq 1)$ en una normal estándar $N(0, 1)$.

Solución

Se resta: $P(Z \leq 1) - P(Z \leq -1)$.

$0,8413 - 0,1587 = \mathbf{0,6827}$.

Este es el famoso **68 %**: dos de cada tres datos caen a menos de una desviación típica de la media.

5 Calcula $P(1 \leq Z \leq 2)$ en una normal estándar $N(0, 1)$.

Solución

Igual: $P(Z \leq 2) - P(Z \leq 1)$.

$0,9772 - 0,8413 = \mathbf{0,1359}$.

Tipificar: pasar de $N(\mu, \sigma)$ a $N(0,1)$

Lo que hay que saber

La tabla solo sirve para $N(0, 1)$, así que lo primero es siempre **tipificar**: $z = (x - \mu) / \sigma$. La z dice a cuántas desviaciones típicas de la media está el valor.

- 6 En una $N(170, 10)$, calcula la probabilidad de que X sea menor o igual que 180.

Solución

La tabla solo sirve para $N(0, 1)$, así que lo primero es tipificar.

Se **tipifica**: $z = (x - \mu) / \sigma = (180 - 170) / 10 = 1$.

$P(X \leq 180) = P(Z \leq 1) = \mathbf{0,8413}$.

- 7 En una $N(500, 50)$, calcula la probabilidad de que X sea menor o igual que 600.

Solución

La tabla solo sirve para $N(0, 1)$, así que lo primero es tipificar.

$z = (600 - 500) / 50 = 2$.

$P(X \leq 600) = P(Z \leq 2) = \mathbf{0,9772}$.

- 8 En una $N(20, 4)$, calcula la probabilidad de que X sea menor o igual que 14.

Solución

La tabla solo sirve para $N(0, 1)$, así que lo primero es tipificar.

$z = (14 - 20) / 4 = -1,5$. ⚠ La z sale negativa porque 14 está por debajo de la media.

$P(X \leq 14) = P(Z \leq -1,5) = 1 - 0,9332 = \mathbf{0,0668}$.

- 9 En una $N(100, 15)$, calcula la probabilidad de que X sea mayor que 130.

Solución

La tabla solo sirve para $N(0, 1)$, así que lo primero es tipificar.

$z = (130 - 100) / 15 = 2$.

Pero aquí piden $P(X > 130)$, así que es $1 - P(Z \leq 2) = 1 - 0,9772 = \mathbf{0,0228}$.

Probabilidad entre dos valores

Lo que hay que saber

Se tipifican los dos extremos y se **resta**: $P(z_1 \leq Z \leq z_2) = P(Z \leq z_2) - P(Z \leq z_1)$.

- 10 En una $N(170, 10)$, calcula la probabilidad de que X esté entre 160 y 180.

Solución

Se tipifican los dos extremos: $z_1 = (160 - 170)/10 = -1$ y $z_2 = (180 - 170)/10 = 1$.

$P = P(Z \leq 1) - P(Z \leq -1) = 0,8413 - 0,1587 = \mathbf{0,6827}$.

11 En una $N(50, 8)$, calcula la probabilidad de que X esté entre 42 y 66.

Solución

$$z_1 = (42 - 50)/8 = -1 \text{ y } z_2 = (66 - 50)/8 = 2.$$

$$P = 0,9772 - 0,1587 = \mathbf{0,8186}.$$

12 En una $N(0, 1)$, calcula la probabilidad de que X esté entre $-1,96$ y $1,96$.

Solución

Ya está tipificada.

$$P = 0,9750 - 0,0250 = \mathbf{0,95}.$$

△ El 1,96 no es casualidad: es el valor que deja el 95 % en el centro, y por eso aparece en todos los intervalos de confianza.

Problemas con la distribución normal

Lo que hay que saber

Lo que casi siempre falla no es la tabla: es decidir si piden «menos de», «más de» o «entre», y si conviene calcular el contrario.

13 Las notas de un examen siguen una $N(6, 1,5)$. ¿Qué porcentaje de alumnos saca más de un 8?

Solución

Se tipifica: $z = (8 - 6) / 1,5 = 1,3333\dots$, que en la tabla se busca como **1,33**.

$$P(X > 8) = 1 - P(Z \leq 1,33) = 1 - 0,9082 = \mathbf{0,0918}.$$

O sea, alrededor del **9 %** de los alumnos.

△ La tabla trabaja con dos decimales, así que la z se redondea antes de buscarla. Con el valor sin redondear saldría 0,0912: la diferencia es el redondeo de la tabla, no un error.

14 La altura de unos chicos sigue una $N(175, 7)$. ¿Qué probabilidad hay de que uno mida menos de 165 cm?

Solución

$$z = (165 - 175) / 7 = -1,4285\dots, \text{ que se busca en la tabla como } \mathbf{-1,43}.$$

$$P(X < 165) = P(Z \leq -1,43) = 1 - 0,9236 = \mathbf{0,0764}, \text{ alrededor del } 7,6 \%.$$

15 En una fábrica las piezas pesan $N(500, 20)$ gramos. Se rechazan las que pesan menos de 470 g o más de 530 g. ¿Qué porcentaje se rechaza?

Solución

Las dos z : $(470 - 500)/20 = -1,5$ y $(530 - 500)/20 = 1,5$.

Lo que se ACEPTA está entre las dos: $P(-1,5 \leq Z \leq 1,5) = 0,9332 - 0,0668 = 0,8664$.

Lo que se rechaza es el resto: $1 - 0,8664 = \mathbf{0,1336}$, un 13,4 %.

△ Es más corto calcular lo de en medio y restar que sumar las dos colas por separado.