

Ecuaciones: ejercicios de matemáticas resueltos paso a paso

39 ejercicios con la solución explicada paso a paso, y la teoría de los 8 temas que trae esta selección.

Material propio de solucionariomatematicas.es. Los enunciados y las soluciones están escritos por nosotros. La versión al día, con más ejercicios y de todos los cursos, está siempre en:

solucionariomatematicas.es

Ecuaciones: ejercicios de matemáticas resueltos paso a paso

Ecuaciones de primer grado

Lo que hay que saber

Se despeja la x : lo que suma pasa restando, lo que multiplica pasa dividiendo.

1 Resuelve: $3x + 5 = 20$.

Solución

Se pasa el 5 restando: $3x = 15$. Se divide entre 3.

La solución es $x = 5$.

Comprobación: se sustituye en la ecuación de partida y los dos lados valen lo mismo.

2 Resuelve: $2x - 7 = 11$.

Solución

$2x = 18$, y dividiendo entre 2.

La solución es $x = 9$.

Comprobación: se sustituye en la ecuación de partida y los dos lados valen lo mismo.

3 Resuelve: $5x = 2x + 12$.

Solución

Las x a un lado: $5x - 2x = 12$, o sea $3x = 12$.

La solución es $x = 4$.

Comprobación: se sustituye en la ecuación de partida y los dos lados valen lo mismo.

4 Resuelve: $4(x - 2) = 12$.

Solución

Primero el paréntesis: $4x - 8 = 12$. Luego $4x = 20$.

La solución es $x = 5$.

Comprobación: se sustituye en la ecuación de partida y los dos lados valen lo mismo.

5 Resuelve: $x/3 + 2 = 5$.

Solución

Se pasa el 2: $x/3 = 3$. Y se multiplica por 3.

La solución es $x = 9$.

Comprobación: se sustituye en la ecuación de partida y los dos lados valen lo mismo.

6 Resuelve: $7 - 2x = 1$.

Solución

$-2x = -6$, y al dividir entre -2 queda $x = 3$. $\triangle$ En una ECUACIÓN dividir por un negativo no cambia nada; en una inecuación sí, y es otra cosa.

La solución es **$x = 3$** .

Comprobación: se sustituye en la ecuación de partida y los dos lados valen lo mismo.

7 Resuelve: $3(x + 1) = 2(x + 4)$.

Solución

Se quitan los dos paréntesis: $3x + 3 = 2x + 8$. Luego $3x - 2x = 8 - 3$.

La solución es **$x = 5$** .

Comprobación: se sustituye en la ecuación de partida y los dos lados valen lo mismo.

8 Resuelve: $(x + 1)/2 = (x - 3)/4$.

Solución

Se multiplican los dos lados por 4: $2(x + 1) = x - 3$, o sea $2x + 2 = x - 3$.

La solución es **$x = -5$** .

Comprobación: se sustituye en la ecuación de partida y los dos lados valen lo mismo.

Ecuaciones de segundo grado (cuadráticas)

Lo que hay que saber

La fórmula general con el discriminante $b^2 - 4ac$: si es positivo hay dos soluciones, si vale 0 hay una y si es negativo no hay ninguna real.

9 Resuelve: $x^2 - 5x + 6 = 0$.

Solución

Con la fórmula, $a = 1$, $b = -5$, $c = 6$: el discriminante es $25 - 24 = 1$, y su raíz es 1.

$x = (5 \pm 1) / 2$, o sea $x = 3$ y $x = 2$.

Las soluciones son **$x = 2$ y $x = 3$** .

10 Resuelve: $x^2 - 4 = 0$.

Solución

Falta el término en x , así que no hace falta la fórmula: $x^2 = 4$.

$\triangle$ Son DOS soluciones, $+2$ y -2 . Olvidar la negativa es el fallo más repetido.

Las soluciones son **$x = 2$ y $x = -2$** .

11 Resuelve: $x^2 + 2x - 8 = 0$.

Solución

$a = 1$, $b = 2$, $c = -8$: el discriminante es $4 + 32 = 36$, y su raíz 6.

$x = (-2 \pm 6) / 2$, o sea $x = 2$ y $x = -4$.

Las soluciones son **$x = 2$ y $x = -4$** .

12 Resuelve: $2x^2 - 8x = 0$.

Solución

Falta el término independiente: se saca factor común $2x(x - 4) = 0$.

Un producto es 0 si lo es alguno de sus factores: $x = 0$ o $x = 4$. ⚠ El $x = 0$ se pierde si se divide por x , y dividir por x es justo lo que no se puede hacer.

Las soluciones son **$x = 0$ y $x = 4$** .

13 Resuelve: $x^2 - 6x + 9 = 0$.

Solución

El discriminante es $36 - 36 = 0$.

Cuando el discriminante vale 0 hay **una sola** solución (doble): $x = 3$.

Las soluciones son **$x = 3$** .

14 Resuelve: $3x^2 - 12 = 0$.

Solución

Se despeja: $3x^2 = 12$, o sea $x^2 = 4$.

Y de ahí $x = 2$ y $x = -2$.

Las soluciones son **$x = 2$ y $x = -2$** .

15 Resuelve: $x^2 = 7x - 10$.

Solución

Primero se pasa todo a un lado: $x^2 - 7x + 10 = 0$.

El discriminante es $49 - 40 = 9$, su raíz 3, y $x = (7 \pm 3) / 2$.

Las soluciones son **$x = 2$ y $x = 5$** .

16 Resuelve: $x^2 + x + 1 = 0$.

Solución

Con $a = 1$, $b = 1$, $c = 1$ el discriminante es $1 - 4 = -3$.

⚠ Es negativo, y no hay ningún número real cuyo cuadrado sea negativo.

La ecuación **no tiene solución real**. ■ No es que la solución sea 0: es que no hay. (En 1.º de Bachillerato se verá que sí la tiene entre los números complejos.)

Ecuaciones bicuadradas

Lo que hay que saber

Se cambia $t = x^2$, se resuelve la de segundo grado y se deshace el cambio. $\triangle$ Cada t positivo da DOS valores de x ; los t negativos se descartan.

17 Resuelve: $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$.

Solución

Se llama $t = x^2$ y queda $t^2 - 5t + 4 = 0$, que es de segundo grado.

Sus soluciones son $t = 1$ y $t = 4$.

Se deshace el cambio: de $x^2 = 1$ salen $x = 1$ y $x = -1$; de $x^2 = 4$, $x = 2$ y $x = -2$. $\triangle$ Cada t positivo da DOS x .

Las soluciones son $x = 1, -1, 2, -2$.

18 Resuelve: $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$.

Solución

Con $t = x^2$: $t^2 - 13t + 36 = 0$.

Sale $t = 4$ y $t = 9$.

Deshaciendo: $x = \pm 2$ y $x = \pm 3$.

Las soluciones son $x = 2, -2, 3, -3$.

19 Resuelve: $x^4 - 16 = 0$.

Solución

Con $t = x^2$: $t^2 = 16$, o sea $t = 4$ y $t = -4$.

$\triangle$ El $t = -4$ se **descarta**: x^2 no puede ser negativo.

Queda $x^2 = 4$, o sea $x = 2$ y $x = -2$: solo dos soluciones, no cuatro.

Las soluciones son $x = 2, -2$.

20 Resuelve: $x^4 - 3x^2 - 4 = 0$.

Solución

Con $t = x^2$: $t^2 - 3t - 4 = 0$, que da $t = 4$ y $t = -1$.

El $t = -1$ se descarta por lo mismo.

Queda $x = 2$ y $x = -2$.

Las soluciones son $x = 2, -2$.

Ecuaciones racionales (con fracciones)

Lo que hay que saber

Se multiplica por el denominador y se resuelve. ⚠ Y al final se comprueba que la solución no anule ningún denominador.

21 Resuelve: $1/x + 1/2 = 1$.

Solución

Se pasa el $1/2$: $1/x = 1/2$.

Si dos fracciones con el mismo numerador son iguales, lo son sus denominadores: $x = 2$.

La solución es **$x = 2$** .

22 Resuelve: $(x + 1)/(x - 1) = 3$.

Solución

Se multiplican los dos lados por $(x - 1)$: $x + 1 = 3(x - 1)$.

$x + 1 = 3x - 3 \rightarrow 4 = 2x \rightarrow x = 2$. ⚠ Y hay que mirar que $x = 2$ no anule el denominador: no lo anula, así que vale.

La solución es **$x = 2$** .

23 Resuelve: $2/(x - 3) = 1$.

Solución

Se multiplica por $(x - 3)$: $2 = x - 3$.

$x = 5$, que no anula el denominador.

La solución es **$x = 5$** .

24 Resuelve: $x/(x + 1) = 1/2$.

Solución

Se multiplican en cruz: $2x = x + 1$.

$x = 1$, y el denominador en $x = 1$ vale 2, no 0.

La solución es **$x = 1$** .

Ecuaciones irracionales (con raíces)

Lo que hay que saber

- Al elevar al cuadrado pueden aparecer soluciones FALSAS. La comprobación en la ecuación de partida no es opcional: es parte del ejercicio.

25 Resuelve: $\sqrt{x + 3} = 2$.

Solución

Se elevan al cuadrado los dos lados: $x + 3 = 4$.

$x = 1$.

Comprobación: $\sqrt{1 + 3} = \sqrt{4} = 2$.

26 Resuelve: $\sqrt{2x + 1} = 3$.

Solución

Al cuadrado: $2x + 1 = 9$.

$2x = 8$, o sea $x = 4$.

Comprobación: $\sqrt{8 + 1} = \sqrt{9} = 3$.

27 Resuelve: $\sqrt{x + 7} = x + 1$.

Solución

Al cuadrado: $x + 7 = (x + 1)^2 = x^2 + 2x + 1$.

Queda $x^2 + x - 6 = 0$, que da $x = 2$ y $x = -3$.

▪ Y aquí viene lo importante: **hay que comprobar las dos**. Con $x = 2$: $\sqrt{9} = 3$ y $2 + 1 = 3$, **coinciden**.
Con $x = -3$: $\sqrt{4} = 2$, pero $-3 + 1 = -2$, y 2 no es -2 , así que **no vale**.

La solución es **solo $x = 2$** . Elevar al cuadrado puede inventar soluciones que no lo son, así que en una ecuación con raíz la comprobación no es opcional.

Ecuaciones exponenciales

Lo que hay que saber

Se escriben los dos lados con la misma base y se igualan los exponentes.

28 Resuelve: $2^x = 8$.

Solución

8 es 2^3 , así que $2^x = 2^3$.

Si las bases son iguales, los exponentes también: $x = 3$.

La solución es **$x = 3$** .

29 Resuelve: $3^x = 81$.

Solución

81 es 3^4 .

Luego $x = 4$.

La solución es **$x = 4$** .

30 Resuelve: $2^{x+1} = 16$.

Solución

16 es 2^4 .

$x + 1 = 4$, o sea $x = 3$.

La solución es **$x = 3$** .

31 Resuelve: $5^{2x} = 25$.

Solución

25 es 5^2 .

$2x = 2$, o sea $x = 1$.

La solución es **$x = 1$** .

Ecuaciones logarítmicas

Lo que hay que saber

Se juntan los logaritmos en uno solo y se quita el logaritmo. $\triangle$ Al final hay que comprobar que lo de dentro del logaritmo sea positivo.

32 Resuelve: $\log x = 2$.

Solución

El logaritmo decimal pregunta «a qué hay que elevar 10».

$10^2 = 100$, o sea $x = 100$.

La solución es **$x = 100$** .

33 Resuelve: $\ln x = 0$.

Solución

El logaritmo neperiano tiene base e.

$e^0 = 1$, o sea $x = 1$.

La solución es **$x = 1$** .

34 Resuelve: $\log_2 x = 5$.

Solución

Base 2: ¿a qué hay que elevar 2 para que salga x?

$2^5 = 32$.

La solución es **$x = 32$** .

35 Resuelve: $\log x + \log 2 = \log 10$.

Solución

La suma de logaritmos es el logaritmo del producto: $\log(2x) = \log 10$.

Si los logaritmos son iguales, lo son los números: $2x = 10$, o sea $x = 5$. $\triangle$ Y hay que comprobar que el 5 es positivo: el logaritmo de un número negativo no existe.

La solución es $x = 5$.

Problemas con ecuaciones

Lo que hay que saber

Lo difícil no es resolver: es traducir. Se nombra lo que no se sabe, se escribe la frase con símbolos y se comprueba el resultado contra el enunciado.

36 Un número y su doble suman 27. ¿Qué número es?

Solución

Se llama x al número: $x + 2x = 27$.

$3x = 27$, o sea $x = 9$.

Comprobación: 9 y su doble 18 suman 27.

37 El perímetro de un rectángulo es 36 cm y el largo es el doble del ancho. ¿Cuánto mide el ancho?

Solución

Si el ancho es x , el largo es $2x$, y el perímetro es $2(x + 2x)$.

$2 \cdot 3x = 36 \rightarrow 6x = 36 \rightarrow x = 6$.

El ancho mide 6 cm y el largo 12 cm. Comprobación: $2 \cdot (6 + 12) = 36$.

38 Hace 5 años tenía la mitad de los años que tendré dentro de 7. ¿Cuántos tengo?

Solución

Si ahora tengo x : hace 5 años tenía $x - 5$ y dentro de 7 tendré $x + 7$.

La ecuación es $x - 5 = (x + 7) / 2$. Multiplicando por 2: $2x - 10 = x + 7$.

$x = 17$. Comprobación: hace 5 años tenía 12, y dentro de 7 tendré 24.

39 Un móvil cuesta 240 € con un 20 % de descuento. ¿Cuál era el precio antes?

Solución

Con un 20 % de descuento se paga el 80 %, o sea $0,8 \cdot x$.

$0,8x = 240 \rightarrow x = 240 / 0,8 = 300$.

$\triangle$ El fallo típico es sumarle el 20 % a los 240 (saldría 288): el porcentaje se aplica sobre el precio de ANTES, que es justo lo que no se sabe.