

Estadística: ejercicios de matemáticas resueltos paso a paso

29 ejercicios con la solución explicada paso a paso, y la teoría de los 5 temas que trae esta selección.

Material propio de solucionariomatematicas.es. Los enunciados y las soluciones están escritos por nosotros. La versión al día, con más ejercicios y de todos los cursos, está siempre en:

solucionariomatematicas.es

Estadística: ejercicios de matemáticas resueltos paso a paso

Tabla de frecuencias: absoluta, relativa y acumulada

Lo que hay que saber

Lo primero de cualquier problema de estadística: ordenar los datos en una tabla. $\triangle$ La frecuencia relativa se puede dejar en fracción, en decimal o en porcentaje, pero las tres tienen que sumar lo mismo: 1 (o el 100 %).

- 1 Las notas de un trabajo en grupo de 10 alumnos son: 2, 3, 2, 5, 4, 3, 2, 5, 3, 2. Haz la tabla de frecuencias con la frecuencia absoluta, la relativa y la acumulada.

Solución

Primero se cuenta cuántas veces sale cada valor: esa es la frecuencia **absoluta** (f).

La **relativa** (h) es f entre el total, que aquí es N = 10; la **acumulada** (F) va sumando las absolutas de arriba abajo.

$$x = 2 \rightarrow f = 4 \cdot h = 4/10 = 0,4 \cdot F = 4$$

$$x = 3 \rightarrow f = 3 \cdot h = 3/10 = 0,3 \cdot F = 7$$

$$x = 4 \rightarrow f = 1 \cdot h = 1/10 = 0,1 \cdot F = 8$$

$$x = 5 \rightarrow f = 2 \cdot h = 2/10 = 0,2 \cdot F = 10$$

- 2 El número de hermanos de 10 compañeros de clase son: 1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4. Haz la tabla de frecuencias con la frecuencia absoluta, la relativa y la acumulada.

Solución

Primero se cuenta cuántas veces sale cada valor: esa es la frecuencia **absoluta** (f).

La **relativa** (h) es f entre el total, que aquí es N = 10; la **acumulada** (F) va sumando las absolutas de arriba abajo.

$$x = 1 \rightarrow f = 1 \cdot h = 1/10 = 0,1 \cdot F = 1$$

$$x = 2 \rightarrow f = 2 \cdot h = 2/10 = 0,2 \cdot F = 3$$

$$x = 3 \rightarrow f = 3 \cdot h = 3/10 = 0,3 \cdot F = 6$$

$$x = 4 \rightarrow f = 4 \cdot h = 4/10 = 0,4 \cdot F = 10$$

- 3 Los goles por partido de un equipo en 8 jornadas son: 5, 5, 6, 7, 7, 7, 8, 8. Haz la tabla de frecuencias con la frecuencia absoluta, la relativa y la acumulada.

Solución

Primero se cuenta cuántas veces sale cada valor: esa es la frecuencia **absoluta** (f).

La **relativa** (h) es f entre el total, que aquí es N = 8; la **acumulada** (F) va sumando las absolutas de arriba abajo.

$$x = 5 \rightarrow f = 2 \cdot h = 2/8 = 0,25 \cdot F = 2$$

$$x = 6 \rightarrow f = 1 \cdot h = 1/8 = 0,125 \cdot F = 3$$

$$x = 7 \rightarrow f = 3 \cdot h = 3/8 = 0,375 \cdot F = 6$$

$$x = 8 \rightarrow f = 2 \cdot h = 2/8 = 0,25 \cdot F = 8$$

- 4 Las faltas de asistencia de 12 alumnos en un trimestre son: 0, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 5. Haz la tabla de frecuencias con la frecuencia absoluta, la relativa y la acumulada.

Solución

Primero se cuenta cuántas veces sale cada valor: esa es la frecuencia **absoluta** (f).

La **relativa** (h) es f entre el total, que aquí es $N = 12$; la **acumulada** (F) va sumando las absolutas de arriba abajo.

$$x = 0 \rightarrow f = 1 \cdot h = 1/12 \cdot F = 1$$

$$x = 1 \rightarrow f = 3 \cdot h = 3/12 = 0,25 \cdot F = 4$$

$$x = 2 \rightarrow f = 2 \cdot h = 2/12 = 1/6 \cdot F = 6$$

$$x = 3 \rightarrow f = 4 \cdot h = 4/12 = 1/3 \cdot F = 10$$

$$x = 4 \rightarrow f = 1 \cdot h = 1/12 \cdot F = 11$$

$$x = 5 \rightarrow f = 1 \cdot h = 1/12 \cdot F = 12$$

- 5 El dinero que lleva cada uno de 6 amigos, en euros son: 10, 10, 10, 20, 20, 30. Haz la tabla de frecuencias con la frecuencia absoluta, la relativa y la acumulada.

Solución

Primero se cuenta cuántas veces sale cada valor: esa es la frecuencia **absoluta** (f).

La **relativa** (h) es f entre el total, que aquí es $N = 6$; la **acumulada** (F) va sumando las absolutas de arriba abajo.

$$x = 10 \rightarrow f = 3 \cdot h = 3/6 = 0,5 \cdot F = 3$$

$$x = 20 \rightarrow f = 2 \cdot h = 2/6 = 1/3 \cdot F = 5$$

$$x = 30 \rightarrow f = 1 \cdot h = 1/6 \cdot F = 6$$

Media, mediana y moda

Lo que hay que saber

△ La media se calcula con los datos como están; la mediana, con los datos **ordenados**. Y la moda puede no existir o ser más de una.

- 6 Calcula la media, la mediana y la moda de las notas de cinco controles: 4, 7, 5, 8, 6.

Solución

Media: se suman todos y se divide entre cuántos son. $(4 + 7 + 5 + 8 + 6) : 5 = 6$.

△ Para la mediana hay que **ordenar primero**: 4, 5, 6, 7, 8.

Son 5 datos (impar), así que la mediana es el del medio: el 3.º → 6.

Ningún valor se repite más que otro, así que **no hay moda**.

7

Calcula la media, la mediana y la moda de las edades de seis primos: 3, 5, 5, 7, 9, 13.

Solución

Media: se suman todos y se divide entre cuántos son. $(3 + 5 + 5 + 7 + 9 + 13) : 6 = 7$.

△ Para la mediana hay que **ordenar primero**: 3, 5, 5, 7, 9, 13.

Son 6 datos (par), así que la mediana es la media de los dos centrales, 5 y 7 → **6**.

El valor que más se repite es el **5** (2 veces): esa es la moda.

8

Calcula la media, la mediana y la moda de los libros leídos por seis amigos en un año: 2, 2, 3, 4, 4, 9.

Solución

Media: se suman todos y se divide entre cuántos son. $(2 + 2 + 3 + 4 + 4 + 9) : 6 = 4$.

△ Para la mediana hay que **ordenar primero**: 2, 2, 3, 4, 4, 9.

Son 6 datos (par), así que la mediana es la media de los dos centrales, 3 y 4 → **3,5**.

Hay **2** valores que se repiten 2 veces (2, 4): la distribución es **multimodal** y la moda son todos ellos.

9

Calcula la media, la mediana y la moda de los puntos de un jugador en siete partidos: 12, 15, 11, 14, 13, 15, 18.

Solución

Media: se suman todos y se divide entre cuántos son. $(12 + 15 + 11 + 14 + 13 + 15 + 18) : 7 = 14$.

△ Para la mediana hay que **ordenar primero**: 11, 12, 13, 14, 15, 15, 18.

Son 7 datos (impar), así que la mediana es el del medio: el 4.º → **14**.

El valor que más se repite es el **15** (2 veces): esa es la moda.

10

Calcula la media, la mediana y la moda de los puntos conseguidos en ocho pruebas: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8.

Solución

Media: se suman todos y se divide entre cuántos son. $(1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8) : 8 = 4,5$.

△ Para la mediana hay que **ordenar primero**: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8.

Son 8 datos (par), así que la mediana es la media de los dos centrales, 4 y 5 → **4,5**.

Ningún valor se repite más que otro, así que **no hay moda**.

11

Calcula la media, la mediana y la moda de las cuatro notas iguales de un alumno: 6, 6, 6, 6.

Solución

Media: se suman todos y se divide entre cuántos son. $(6 + 6 + 6 + 6) : 4 = 6$.

△ Para la mediana hay que **ordenar primero**: 6, 6, 6, 6.

Son 4 datos (par), así que la mediana es la media de los dos centrales, 6 y 6 → **6**.

El valor que más se repite es el **6** (4 veces): esa es la moda.

- 12** Calcula la media, la mediana y la moda de cuatro aportaciones a un bote, en euros: 10, 20, 30, 40.

Solución

Media: se suman todos y se divide entre cuántos son. $(10 + 20 + 30 + 40) : 4 = 25$.

△ Para la mediana hay que **ordenar primero**: 10, 20, 30, 40.

Son 4 datos (par), así que la mediana es la media de los dos centrales, 20 y 30 → **25**.

Ningún valor se repite más que otro, así que **no hay moda**.

Media ponderada

Lo que hay que saber

△ Aquí no se divide entre el número de notas, sino entre la suma de los pesos.

- 13** Un trimestre se califica con tres partes: el examen vale 2, los trabajos 3 y la actitud 1. Un alumno saca 7 en el examen, 8 en los trabajos y 4 en la actitud. ¿Cuál es su nota?

Solución

Cada valor se multiplica por su peso y se suma: $7 \cdot 2 + 8 \cdot 3 + 4 \cdot 1 = 42$.

Se divide entre la **suma de los pesos**, no entre el número de valores: $2 + 3 + 1 = 6$.

Media ponderada = $42 : 6 = 7$.

△ El error típico es dividir entre cuántos valores hay (3) en vez de entre la suma de los pesos (6).

- 14** En una asignatura el examen final pesa el 70 % y las prácticas el 30 %. Con un 8 en el examen y un 6 en las prácticas, ¿qué nota queda?

Solución

Cada valor se multiplica por su peso y se suma: $8 \cdot 70 + 6 \cdot 30 = 740$.

Se divide entre la **suma de los pesos**, no entre el número de valores: $70 + 30 = 100$.

Media ponderada = $740 : 100 = 7,4$.

△ El error típico es dividir entre cuántos valores hay (2) en vez de entre la suma de los pesos (100).

- 15** Tres notas con pesos 1, 1 y 2: 4, 6 y 10. Calcula la media ponderada.

Solución

Cada valor se multiplica por su peso y se suma: $4 \cdot 1 + 6 \cdot 1 + 10 \cdot 2 = 30$.

Se divide entre la **suma de los pesos**, no entre el número de valores: $1 + 1 + 2 = 4$.

Media ponderada = $30 : 4 = 7,5$.

△ El error típico es dividir entre cuántos valores hay (3) en vez de entre la suma de los pesos (4).

- 16** Una tienda vende 5 kg de fruta a 2 €/kg, 10 kg a 3 €/kg y 5 kg a 5 €/kg. ¿A cuánto sale el kilo de media?

Solución

Cada valor se multiplica por su peso y se suma: $2 \cdot 5 + 3 \cdot 10 + 5 \cdot 5 = 65$.

Se divide entre la **suma de los pesos**, no entre el número de valores: $5 + 10 + 5 = 20$.

Media ponderada = $65 : 20 = 3,25$.

⚠ El error típico es dividir entre cuántos valores hay (3) en vez de entre la suma de los pesos (20).

- 17** Dos controles valen el 25 % cada uno y el examen el 50 %. Notas: 6, 7 y 9.

Solución

Cada valor se multiplica por su peso y se suma: $6 \cdot 25 + 7 \cdot 25 + 9 \cdot 50 = 775$.

Se divide entre la **suma de los pesos**, no entre el número de valores: $25 + 25 + 50 = 100$.

Media ponderada = $775 : 100 = 7,75$.

⚠ El error típico es dividir entre cuántos valores hay (3) en vez de entre la suma de los pesos (100).

Rango, varianza y desviación típica

Lo que hay que saber

La media dice por dónde andan los datos; estos tres dicen cuánto se separan. La varianza sale en «unidades al cuadrado» y la desviación típica en las unidades de los datos: por eso es la que se usa para decir cuánto se separan. ⚠ Si todos los datos son iguales, las dos valen 0.

- 18** Halla el rango, la varianza y la desviación típica de las horas de estudio de ocho alumnos en una semana: 2, 4, 4, 4, 5, 5, 7, 9.

Solución

Rango = el mayor menos el menor = $9 - 2 = 7$.

La **media** hace falta para lo demás: $(2 + 4 + 4 + 4 + 5 + 5 + 7 + 9) : 8 = 5$.

Varianza = media de los cuadrados – cuadrado de la media = $29 - 5^2 = 4$.

Desviación típica = la raíz de la varianza = $\sqrt{4} = 2$.

- 19** Halla el rango, la varianza y la desviación típica de las temperaturas de cinco días, en grados: 10, 12, 14, 16, 18.

Solución

Rango = el mayor menos el menor = $18 - 10 = 8$.

La **media** hace falta para lo demás: $(10 + 12 + 14 + 16 + 18) : 5 = 14$.

Varianza = media de los cuadrados – cuadrado de la media = $204 - 14^2 = 8$.

Desviación típica = la raíz de la varianza = $\sqrt{8} \approx 2,83$.

- 20** Halla el rango, la varianza y la desviación típica de los cuatro números impares de una tirada: 1, 3, 5, 7.

Solución

Rango = el mayor menos el menor = $7 - 1 = 6$.

La **media** hace falta para lo demás: $(1 + 3 + 5 + 7) : 4 = 4$.

Varianza = media de los cuadrados – cuadrado de la media = $21 - 4^2 = 5$.

Desviación típica = la raíz de la varianza = $\sqrt{5} \approx 2,24$.

- 21** Halla el rango, la varianza y la desviación típica de las notas de cinco ejercicios: 6, 6, 7, 8, 8.

Solución

Rango = el mayor menos el menor = $8 - 6 = 2$.

La **media** hace falta para lo demás: $(6 + 6 + 7 + 8 + 8) : 5 = 7$.

Varianza = media de los cuadrados – cuadrado de la media = $49,8 - 7^2 = 0,8$.

Desviación típica = la raíz de la varianza = $\sqrt{0,8} \approx 0,89$.

- 22** Halla el rango, la varianza y la desviación típica de el dinero gastado en cuatro compras, en euros: 20, 30, 40, 50.

Solución

Rango = el mayor menos el menor = $50 - 20 = 30$.

La **media** hace falta para lo demás: $(20 + 30 + 40 + 50) : 4 = 35$.

Varianza = media de los cuadrados – cuadrado de la media = $1350 - 35^2 = 125$.

Desviación típica = la raíz de la varianza = $\sqrt{125} \approx 11,18$.

- 23** Halla el rango, la varianza y la desviación típica de las cinco medidas iguales de un experimento: 3, 3, 3, 3, 3.

Solución

Rango = el mayor menos el menor = $3 - 3 = 0$.

La **media** hace falta para lo demás: $(3 + 3 + 3 + 3 + 3) : 5 = 3$.

Varianza = media de los cuadrados – cuadrado de la media = $9 - 3^2 = 0$.

Desviación típica = la raíz de la varianza = $\sqrt{0} = 0$.

Datos agrupados en intervalos

Lo que hay que saber

Cuando hay muchos datos se agrupan en intervalos y se trabaja con la **marca de clase**, que es el centro de cada uno. $\triangle$ La media que sale es **aproximada**: los datos de cada intervalo ya no se conocen uno a uno.

- 24** Las edades de 20 socios de un club, agrupadas en intervalos de 10 años: [0, 10), [10, 20), [20, 30), [30, 40) con frecuencias 2, 5, 8, 5. Calcula la marca de clase de cada intervalo, la media y la clase modal.

Solución

La **marca de clase** es el centro del intervalo: se suman sus dos extremos y se divide entre 2.

Marcas: $[0, 10) \rightarrow 5 \cdot [10, 20) \rightarrow 15 \cdot [20, 30) \rightarrow 25 \cdot [30, 40) \rightarrow 35$.

Para la media se usa la marca de clase como si fuera el valor de todos los datos del intervalo: $(5 \cdot 2 + 15 \cdot 5 + 25 \cdot 8 + 35 \cdot 5) : 20 = 23$.

La **clase modal** es el intervalo de mayor frecuencia (8): **[20, 30)**.

- 25** Los minutos que tardan 20 alumnos en llegar al instituto: [0, 5), [5, 10), [10, 15) con frecuencias 4, 10, 6. Calcula la marca de clase de cada intervalo, la media y la clase modal.

Solución

La **marca de clase** es el centro del intervalo: se suman sus dos extremos y se divide entre 2.

Marcas: $[0, 5) \rightarrow 2,5 \cdot [5, 10) \rightarrow 7,5 \cdot [10, 15) \rightarrow 12,5$.

Para la media se usa la marca de clase como si fuera el valor de todos los datos del intervalo: $(2,5 \cdot 4 + 7,5 \cdot 10 + 12,5 \cdot 6) : 20 = 8$.

La **clase modal** es el intervalo de mayor frecuencia (10): **[5, 10)**.

- 26** Las alturas, en centímetros, de 20 jugadores: [150, 160), [160, 170), [170, 180), [180, 190) con frecuencias 3, 7, 6, 4. Calcula la marca de clase de cada intervalo, la media y la clase modal.

Solución

La **marca de clase** es el centro del intervalo: se suman sus dos extremos y se divide entre 2.

Marcas: $[150, 160) \rightarrow 155 \cdot [160, 170) \rightarrow 165 \cdot [170, 180) \rightarrow 175 \cdot [180, 190) \rightarrow 185$.

Para la media se usa la marca de clase como si fuera el valor de todos los datos del intervalo: $(155 \cdot 3 + 165 \cdot 7 + 175 \cdot 6 + 185 \cdot 4) : 20 = 170,5$.

La **clase modal** es el intervalo de mayor frecuencia (7): **[160, 170)**.

- 27** Las notas de 20 exámenes, agrupadas de dos en dos: [0, 2), [2, 4), [4, 6), [6, 8), [8, 10) con frecuencias 1, 3, 6, 7, 3. Calcula la marca de clase de cada intervalo, la media y la clase modal.

Solución

La **marca de clase** es el centro del intervalo: se suman sus dos extremos y se divide entre 2.

Marcas: $[0, 2) \rightarrow 1 \cdot [2, 4) \rightarrow 3 \cdot [4, 6) \rightarrow 5 \cdot [6, 8) \rightarrow 7 \cdot [8, 10) \rightarrow 9$.

Para la media se usa la marca de clase como si fuera el valor de todos los datos del intervalo: $(1 \cdot 1 + 3 \cdot 3 + 5 \cdot 6 + 7 \cdot 7 + 9 \cdot 3) : 20 = 5,8$.

La **clase modal** es el intervalo de mayor frecuencia (7): **[6, 8)**.

28

El gasto, en euros, de 20 clientes de una tienda: [20, 30), [30, 40), [40, 50) con frecuencias 6, 6, 8. Calcula la marca de clase de cada intervalo, la media y la clase modal.

Solución

La **marca de clase** es el centro del intervalo: se suman sus dos extremos y se divide entre 2.

Marcas: [20, 30) → 25 · [30, 40) → 35 · [40, 50) → 45.

Para la media se usa la marca de clase como si fuera el valor de todos los datos del intervalo: $(25 \cdot 6 + 35 \cdot 6 + 45 \cdot 8) : 20 = 36$.

La **clase modal** es el intervalo de mayor frecuencia (8): [40, 50).

29

Los kilómetros que recorren al mes 20 repartidores, en decenas: [0, 20), [20, 40), [40, 60) con frecuencias 5, 9, 6. Calcula la marca de clase de cada intervalo, la media y la clase modal.

Solución

La **marca de clase** es el centro del intervalo: se suman sus dos extremos y se divide entre 2.

Marcas: [0, 20) → 10 · [20, 40) → 30 · [40, 60) → 50.

Para la media se usa la marca de clase como si fuera el valor de todos los datos del intervalo: $(10 \cdot 5 + 30 \cdot 9 + 50 \cdot 6) : 20 = 31$.

La **clase modal** es el intervalo de mayor frecuencia (9): [20, 40).
