

Funciones: ejercicios de matemáticas resueltos paso a paso

18 ejercicios con la solución explicada paso a paso, y la teoría de los 5 temas que trae esta selección.

Material propio de solucionariomatematicas.es. Los enunciados y las soluciones están escritos por nosotros. La versión al día, con más ejercicios y de todos los cursos, está siempre en:

solucionariomatematicas.es

Funciones: ejercicios de matemáticas resueltos paso a paso

Dominio de una función

Lo que hay que saber

El dominio son los valores de x para los que la función existe. Solo hay dos cosas que lo estropean en este nivel: un **denominador que se anula** y una **raíz cuadrada de un número negativo**.

1 Halla el dominio de $f(x) = 1 / (x - 3)$.

Solución

Una fracción no existe donde el denominador se anula.

$x - 3 = 0$ en $x = 3$, así que el dominio es **todos los reales menos el 3**.

2 Halla el dominio de $f(x) = (x + 1) / (x^2 - 4)$.

Solución

Se anula el denominador donde $x^2 = 4$.

Son **dos** valores, $x = 2$ y $x = -2$: el dominio es todos los reales menos esos dos.

3 Halla el dominio de $f(x) = \sqrt{x - 5}$.

Solución

Dentro de una raíz cuadrada no puede haber un número negativo.

Hace falta $x - 5 \geq 0$, o sea **$x \geq 5$** .

4 Halla el dominio de $f(x) = \sqrt{4 - x}$.

Solución

Hace falta $4 - x \geq 0$.

⚠ Al despejar queda **$x \leq 4$** : el signo se da la vuelta porque la x está restando.

Puntos de corte con los ejes

Lo que hay que saber

Con el eje X se hace $f(x) = 0$; con el eje Y se hace $x = 0$. ⚠ Con el eje X puede haber varios cortes o ninguno; con el Y , como mucho uno.

5 Halla los puntos de corte con los ejes de $f(x) = 2x - 6$.

Solución

Corte con el eje **X** : se hace $f(x) = 0$. $2x - 6 = 0$ da $x = 3$, o sea el punto $(3, 0)$.

Corte con el eje **Y** : se hace $x = 0$. $f(0) = -6$, o sea el punto $(0, -6)$.

6 Halla los puntos de corte con los ejes de $f(x) = x^2 - 9$.

Solución

$f(x) = 0$ da $x = 3$ y $x = -3$: dos cortes, $(3, 0)$ y $(-3, 0)$.

$f(0) = -9$: el punto $(0, -9)$.

⚠ Con el eje X puede haber varios cortes; con el eje Y, como mucho uno.

7 Halla los puntos de corte con los ejes de $f(x) = x^2 - 5x + 6$.

Solución

$f(x) = 0$ da $x = 2$ y $x = 3$.

$f(0) = 6$.

8 Halla los puntos de corte con los ejes de $f(x) = x^2 + 1$.

Solución

$f(x) = 0$ daría $x^2 = -1$, que no tiene solución real.

▪ Esta función **no corta al eje X**: su gráfica está entera por encima. Sí corta al Y en $(0, 1)$.

Función afín: la recta

Lo que hay que saber

$y = mx + n$: la **m** es la pendiente (cuánto sube por cada 1 que avanza) y la **n** dónde corta al eje Y.

9 Para $y = 2x + 1$, halla la pendiente, la ordenada en el origen y tres puntos.

Solución

En $y = mx + n$, la **m** es la pendiente y la **n** la ordenada en el origen (donde corta al eje Y).

Aquí $m = 2$ (sube 2 por cada 1 que avanza) y $n = 1$.

Puntos: $(0, 1)$, $(1, 3)$, $(-2, -3)$.

10 Para $y = -3x + 5$, halla la pendiente, la ordenada en el origen y tres puntos.

Solución

$m = -3$ y $n = 5$.

⚠ La pendiente negativa significa que la recta **baja**.

Puntos: $(0, 5)$, $(1, 2)$, $(2, -1)$.

11 Para la recta que pasa por $(0, 4)$ y $(2, 10)$, halla la pendiente, la ordenada en el origen y tres puntos.

Solución

La pendiente es el incremento de y entre el de x: $m = (10 - 4) / (2 - 0) = 3$.

Como pasa por $(0, 4)$, la **n** es 4 directamente.

La recta es **$y = 3x + 4$** .

Puntos: $(0, 4)$, $(2, 10)$.

12 Para $y = 4$, halla la pendiente, la ordenada en el origen y tres puntos.

Solución

No hay x , así que la pendiente es **0**: la recta es horizontal.

Vale 4 para cualquier x .

Puntos: $(0, 4)$, $(7, 4)$, $(-3, 4)$.

Función cuadrática: la parábola

Lo que hay que saber

El vértice está en $x = -b / (2a)$. $\triangle$ Y el signo de **a** decide si abre hacia arriba (mínimo) o hacia abajo (máximo).

13 Halla el vértice de la parábola $y = x^2 - 4x + 3$ y di si abre hacia arriba o hacia abajo.

Solución

El vértice está en $x = -b / (2a) = 4 / 2 = 2$.

Su altura es $f(2) = 4 - 8 + 3 = -1$, así que el vértice es $(2, -1)$.

Como $a = 1$ es positivo, la parábola **abre hacia arriba** y el vértice es un mínimo.

14 Halla el vértice de la parábola $y = -x^2 + 2x + 3$ y di si abre hacia arriba o hacia abajo.

Solución

$x = -2 / (2 \cdot (-1)) = 1$.

$f(1) = -1 + 2 + 3 = 4$: el vértice es $(1, 4)$.

$\triangle$ $a = -1$ es negativo, así que abre hacia **abajo** y el vértice es un **máximo**.

15 Halla el vértice de la parábola $y = x^2 - 6x$ y di si abre hacia arriba o hacia abajo.

Solución

$x = 6 / 2 = 3$.

$f(3) = 9 - 18 = -9$: vértice en $(3, -9)$, y es un mínimo.

16 Halla el vértice de la parábola $y = 2x^2 + 8x + 5$ y di si abre hacia arriba o hacia abajo.

Solución

$x = -8 / (2 \cdot 2) = -2$.

$f(-2) = 8 - 16 + 5 = -3$: vértice en $(-2, -3)$, mínimo.

Problemas con funciones

Lo que hay que saber

Casi siempre son rectas (algo fijo más algo por unidad) o parábolas (alturas, áreas, beneficios). Lo que se pide suele ser un valor concreto o el vértice.

- 17** Un taxi cobra 3 € fijos más 1,20 € por kilómetro. Escribe la función del precio y calcula lo que cuestan 12 km.

Solución

El precio depende de los kilómetros: $f(x) = 3 + 1,20x$, una función afín.

La $n = 3$ es lo que se paga sin moverse y la $m = 1,20$ lo que sube por kilómetro.

$$f(12) = 3 + 1,20 \cdot 12 = 3 + 14,40 = \mathbf{17,40 \text{ €}}.$$

- 18** Se lanza una pelota y su altura en metros es $h(t) = -5t^2 + 20t$. ¿En qué momento alcanza la altura máxima y cuál es?

Solución

Es una parábola con $a = -5$, negativa, así que abre hacia abajo y tiene un máximo.

$$t = -20 / (2 \cdot (-5)) = \mathbf{2 \text{ segundos}}.$$

$$h(2) = -5 \cdot 4 + 40 = \mathbf{20 \text{ metros}}.$$

△ Y una comprobación que el enunciado no pide pero conviene: la pelota toca el suelo cuando $h = 0$, o sea en $t = 0$ y $t = 4$. El máximo cae justo en medio, como tiene que ser.