

Geometría: ejercicios de matemáticas resueltos paso a paso

20 ejercicios con la solución explicada paso a paso, y la teoría de los 4 temas que trae esta selección.

Material propio de solucionariomatematicas.es. Los enunciados y las soluciones están escritos por nosotros. La versión al día, con más ejercicios y de todos los cursos, está siempre en:

solucionariomatematicas.es

Geometría: ejercicios de matemáticas resueltos paso a paso

Ángulos: complementarios, suplementarios y los del triángulo

Lo que hay que saber

Dos ángulos son **complementarios** si suman 90° y **suplementarios** si suman 180° . $\triangle$ Y los tres ángulos de cualquier triángulo suman **siempre** 180° , sea como sea el triángulo.

- 1 Halla el ángulo complementario de 35° .

Solución

Suman 90° , así que $90 - 35 = 55^\circ$.

- 2 Halla el ángulo complementario de 62° .

Solución

Suman 90° , así que $90 - 62 = 28^\circ$.

- 3 Halla el ángulo suplementario de 110° .

Solución

Suman 180° , así que $180 - 110 = 70^\circ$.

- 4 Halla el ángulo suplementario de 45° .

Solución

Suman 180° , así que $180 - 45 = 135^\circ$.

- 5 Dos ángulos de un triángulo miden 50° y 60° . ¿Cuánto mide el tercero?

Solución

$180 - 50 - 60 = 70^\circ$.

- 6 Dos ángulos de un triángulo miden 90° y 35° . ¿Cuánto mide el tercero?

Solución

$180 - 90 - 35 = 55^\circ$.

- 7 Dos ángulos de un triángulo miden 40° y 40° . ¿Cuánto mide el tercero?

Solución

$180 - 40 - 40 = 100^\circ$.

Polígonos: ángulos y diagonales

Lo que hay que saber

La suma de los ángulos interiores de un polígono de n lados es $(n - 2) \cdot 180^\circ$, y si es **regular** se reparte por igual. Las diagonales son $n(n - 3)/2$. $\triangle$ De cada vértice salen $n - 3$ (no van a él mismo ni a sus dos vecinos), y así cada diagonal se cuenta dos veces: de ahí el « : 2 ».

- 8 En un pentágono regular, halla la suma de sus ángulos interiores, cuánto mide cada uno y cuántas diagonales tiene.

Solución

La suma de los ángulos interiores de un polígono de n lados es $(n - 2) \cdot 180^\circ$: $(5 - 2) \cdot 180 = 540^\circ$.

Como es **regular**, todos son iguales: $540 : 5 = 108^\circ$.

Diagonales: $n(n - 3)/2 = 5 \cdot 2 : 2 = 5$.

- 9 En un hexágono regular, halla la suma de sus ángulos interiores, cuánto mide cada uno y cuántas diagonales tiene.

Solución

La suma de los ángulos interiores de un polígono de n lados es $(n - 2) \cdot 180^\circ$: $(6 - 2) \cdot 180 = 720^\circ$.

Como es **regular**, todos son iguales: $720 : 6 = 120^\circ$.

Diagonales: $n(n - 3)/2 = 6 \cdot 3 : 2 = 9$.

- 10 En un octógono regular, halla la suma de sus ángulos interiores, cuánto mide cada uno y cuántas diagonales tiene.

Solución

La suma de los ángulos interiores de un polígono de n lados es $(n - 2) \cdot 180^\circ$: $(8 - 2) \cdot 180 = 1080^\circ$.

Como es **regular**, todos son iguales: $1080 : 8 = 135^\circ$.

Diagonales: $n(n - 3)/2 = 8 \cdot 5 : 2 = 20$.

- 11 En un dodecágono regular, halla la suma de sus ángulos interiores, cuánto mide cada uno y cuántas diagonales tiene.

Solución

La suma de los ángulos interiores de un polígono de n lados es $(n - 2) \cdot 180^\circ$: $(12 - 2) \cdot 180 = 1800^\circ$.

Como es **regular**, todos son iguales: $1800 : 12 = 150^\circ$.

Diagonales: $n(n - 3)/2 = 12 \cdot 9 : 2 = 54$.

Cuerpos geométricos y volumen

Lo que hay que saber

⚠ Cuidado con las unidades: el volumen va en **cm³**. Y en los poliedros hay una comprobación que no falla nunca, la **fórmula de Euler**: caras + vértices – aristas = 2.

- 12** Halla el volumen de un cubo de 4 cm de arista y comprueba la fórmula de Euler.

Solución

$$V = \text{arista}^3 = 4^3 = \mathbf{64 \text{ cm}^3}.$$

Caras: 6. Vértices: 8. Aristas: 12.

$$\text{Euler: } C + V - A = 6 + 8 - 12 = \mathbf{2. OK}$$

- 13** Halla el volumen de un ortoedro de $5 \times 3 \times 2$ cm y comprueba la fórmula de Euler.

Solución

$$V = \text{largo} \cdot \text{ancho} \cdot \text{alto} = 5 \cdot 3 \cdot 2 = \mathbf{30 \text{ cm}^3}.$$

Caras: 6. Vértices: 8. Aristas: 12.

$$\text{Euler: } C + V - A = 6 + 8 - 12 = \mathbf{2. OK}$$

- 14** Halla el volumen de una pirámide de base cuadrada de 6 cm de lado y 4 cm de altura y comprueba la fórmula de Euler.

Solución

$$V = (\text{área de la base} \cdot \text{altura}) : 3 = (6^2 \cdot 4) : 3 = \mathbf{48 \text{ cm}^3}.$$

Caras: 5. Vértices: 5. Aristas: 8.

$$\text{Euler: } C + V - A = 5 + 5 - 8 = \mathbf{2. OK}$$

- 15** Halla el volumen de un cilindro de 3 cm de radio y 10 cm de altura.

Solución

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot \text{altura} = \pi \cdot 3^2 \cdot 10 = \mathbf{90\pi \text{ cm}^3}.$$

▪ Se escribe con $\approx$ al dar el decimal: $\approx \mathbf{282,74 \text{ cm}^3}$, porque π no es 3,14 exactamente.

- 16** Halla el volumen de un cilindro de 5 cm de radio y 4 cm de altura.

Solución

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot \text{altura} = \pi \cdot 5^2 \cdot 4 = \mathbf{100\pi \text{ cm}^3}.$$

▪ Se escribe con $\approx$ al dar el decimal: $\approx \mathbf{314,16 \text{ cm}^3}$, porque π no es 3,14 exactamente.

Coordenadas: distancia y punto medio

Lo que hay que saber

La **distancia** entre dos puntos es Pitágoras aplicado a las diferencias de coordenadas, y el **punto medio** es la media de cada coordenada. $\triangle$ Si la raíz no es exacta, se deja indicada o se escribe con $\approx$.

17 Dados A(1, 2) y B(4, 6), halla la distancia AB y el punto medio.

Solución

La distancia sale del teorema de Pitágoras sobre las diferencias de coordenadas: $d = \sqrt{((4 - 1)^2 + (6 - 2)^2)} = \sqrt{(9 + 16)} = \sqrt{25}$.

$d = 5$.

El punto medio es la **media** de cada coordenada: $M((1 + 4)/2, (2 + 6)/2) = M(5/2, 4)$.

18 Dados A(-2, 1) y B(2, 4), halla la distancia AB y el punto medio.

Solución

La distancia sale del teorema de Pitágoras sobre las diferencias de coordenadas: $d = \sqrt{((2 - -2)^2 + (4 - 1)^2)} = \sqrt{(16 + 9)} = \sqrt{25}$.

$d = 5$.

El punto medio es la **media** de cada coordenada: $M((-2 + 2)/2, (1 + 4)/2) = M(0, 5/2)$.

19 Dados A(0, 0) y B(6, 8), halla la distancia AB y el punto medio.

Solución

La distancia sale del teorema de Pitágoras sobre las diferencias de coordenadas: $d = \sqrt{((6 - 0)^2 + (8 - 0)^2)} = \sqrt{(36 + 64)} = \sqrt{100}$.

$d = 10$.

El punto medio es la **media** de cada coordenada: $M((0 + 6)/2, (0 + 8)/2) = M(3, 4)$.

20 Dados A(3, -1) y B(3, 5), halla la distancia AB y el punto medio.

Solución

La distancia sale del teorema de Pitágoras sobre las diferencias de coordenadas: $d = \sqrt{((3 - 3)^2 + (5 - -1)^2)} = \sqrt{(0 + 36)} = \sqrt{36}$.

$d = 6$.

El punto medio es la **media** de cada coordenada: $M((3 + 3)/2, (-1 + 5)/2) = M(3, 2)$.