

Inecuaciones: ejercicios de matemáticas resueltos paso a paso

32 ejercicios con la solución explicada paso a paso, y la teoría de los 6 temas que trae esta selección.

Material propio de solucionariomatematicas.es. Los enunciados y las soluciones están escritos por nosotros. La versión al día, con más ejercicios y de todos los cursos, está siempre en:

solucionariomatematicas.es

Inecuaciones: ejercicios de matemáticas resueltos paso a paso

Inecuaciones de primer grado

Lo que hay que saber

⚠ Lo único que distingue una inecuación de una ecuación: al multiplicar o dividir por un número **negativo**, el signo se da la vuelta.

1 Resuelve: $3x - 5 < 7$.

Solución

Se pasa el -5 al otro lado sumando: $3x < 7 + 5$, o sea $3x < 12$.

Se divide entre 3, que es positivo, así que el signo no cambia.

La solución es $x < 4$.

2 Resuelve: $2x + 1 \geq 9$.

Solución

Se pasa el 1 restando: $2x \geq 8$.

Se divide entre 2, positivo: el signo se queda igual.

La solución es $x \geq 4$.

3 Resuelve: $-2x + 6 > 0$.

Solución

Se pasa el 6: $-2x > -6$.

⚠ Ahora se divide entre -2 , que es **NEGATIVO**, así que **el signo se da la vuelta**: $x < 3$. Este es el fallo que más se repite en las inecuaciones.

La solución es $x < 3$.

4 Resuelve: $5x - 3 \leq 2x + 9$.

Solución

Se juntan las x a un lado y los números al otro: $5x - 2x \leq 9 + 3$.

Queda $3x \leq 12$, y al dividir entre 3 (positivo) el signo no cambia.

La solución es $x \leq 4$.

5 Resuelve: $(x + 2) / 3 < 2$.

Solución

Se multiplica todo por 3, que es positivo: $x + 2 < 6$.

Se pasa el 2 restando.

La solución es $x < 4$.

6

Resuelve: $4 - x \geq 1$.**Solución**Se pasa el 4: $-x \geq -3$.⚠ Se multiplica por -1 y **el signo se da la vuelta**: $x \leq 3$.La solución es $x \leq 3$.

7

Resuelve: $7x + 2 > 3x - 6$.**Solución**Se juntan: $7x - 3x > -6 - 2$, o sea $4x > -8$.

Se divide entre 4, positivo.

La solución es $x > -2$.

8

Resuelve: $-3x \leq 12$.**Solución**⚠ Se divide entre -3 , que es negativo: **el signo cambia**.La solución es $x \geq -4$.**Inecuaciones de segundo grado (cuadráticas)****Lo que hay que saber**

Se iguala a cero, se buscan las raíces, se parte la recta en trozos y se prueba un punto de cada trozo.

⚠ Lo que decide no es la fórmula: es el signo en cada trozo.

9

Resuelve: $x^2 - 5x + 6 > 0$.**Solución**Se iguala a cero para encontrar las raíces: $x^2 - 5x + 6 = 0$ da $x = 2$ y $x = 3$.Esas dos raíces parten la recta en tres trozos: $(-\infty, 2)$, $(2, 3)$ y $(3, +\infty)$.Se prueba un punto de cada trozo: en $x = 0$ vale 6 (positivo), en $x = 2,5$ vale $-0,25$ (negativo) y en $x = 4$ vale 2 (positivo).La solución es $x < 2$ o $x > 3$.

10

Resuelve: $x^2 - 4 \leq 0$.**Solución**Las raíces de $x^2 - 4 = 0$ son $x = -2$ y $x = 2$.Como la parábola abre hacia arriba, es negativa entre las dos raíces. El $\leq$ incluye los extremos.La solución es $-2 \leq x \leq 2$.

11 Resuelve: $x^2 + x - 6 < 0$.

Solución

Raíces: $x = -3$ y $x = 2$.

Entre las dos raíces la parábola está por debajo del eje. El $<$ deja los extremos fuera.

La solución es $-3 < x < 2$.

12 Resuelve: $x^2 - 9 \geq 0$.

Solución

Raíces: $x = -3$ y $x = 3$.

Fuera del intervalo la parábola es positiva; el $\geq$ incluye las raíces.

La solución es $x \leq -3$ o $x \geq 3$.

13 Resuelve: $x^2 - 2x > 0$.

Solución

Se saca factor común: $x(x - 2) > 0$, con raíces $x = 0$ y $x = 2$.

El producto es positivo cuando los dos factores tienen el mismo signo.

La solución es $x < 0$ o $x > 2$.

14 Resuelve: $x^2 + 2x + 1 > 0$.

Solución

$x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2$, que es un cuadrado.

△ Un cuadrado nunca es negativo: vale 0 solo en $x = -1$ y es positivo en todo lo demás. Aquí no hay dos raíces que partan la recta, hay una doble.

La solución es **todos los números menos $x = -1$** .

Inecuaciones racionales (con fracciones)

Lo que hay que saber

△ No se puede multiplicar por el denominador sin saber su signo. Se estudian por trozos, y los valores que anulan el denominador quedan **siempre** fuera.

15 Resuelve: $(x - 1) / (x + 2) > 0$.

Solución

△ Aquí NO se puede multiplicar por el denominador sin más: no se sabe si es positivo o negativo, y el signo dependería de eso.

Se buscan los valores que anulan arriba ($x = 1$) y abajo ($x = -2$), y se estudia el signo en cada trozo.

En $x = -3$: $(-4)/(-1) = 4$, positivo. En $x = 0$: $(-1)/2$, negativo. En $x = 2$: $1/4$, positivo.

△ $x = -2$ queda fuera siempre: ahí no se puede dividir.

La solución es $x < -2$ o $x > 1$.

16 Resuelve: $(x + 3) / (x - 1) \leq 0$.

Solución

Anulan: arriba $x = -3$, abajo $x = 1$.

El cociente es negativo entre los dos. El $\leq$ incluye el -3 (allí vale 0) pero **no el 1**, porque ahí no se puede dividir.

La solución es $-3 \leq x < 1$.

17 Resuelve: $1 / (x - 2) > 0$.

Solución

El numerador es 1, siempre positivo, así que el cociente es positivo cuando lo es el denominador.

$x - 2 > 0$ cuando $x > 2$.

La solución es $x > 2$.

18 Resuelve: $(2x - 4) / (x + 1) \geq 0$.

Solución

Anulan: arriba $x = 2$, abajo $x = -1$.

Signos: en $x = -2$ sale positivo, en $x = 0$ negativo y en $x = 3$ positivo.

El $\geq$ mete el 2 y deja fuera el -1 .

La solución es $x < -1$ o $x \geq 2$.

19 Resuelve: $x / (x^2 - 1) < 0$.

Solución

Abajo se factoriza: $x^2 - 1 = (x - 1)(x + 1)$.

Los puntos que parten la recta son $x = -1$, $x = 0$ y $x = 1$.

Probando un punto en cada uno de los cuatro trozos sale negativo en el primero y en el tercero.

La solución es $x < -1$ o $0 < x < 1$.

Inecuaciones con valor absoluto

Lo que hay que saber

$|x|$ es la distancia al cero. Con $<$ sale un intervalo; con $>$ salen dos trozos unidos por «o».

20 Resuelve: $|x| < 3$.

Solución

$|x|$ es la distancia de x al 0, así que « $|x| < 3$ » son los números que están a menos de 3 del cero.

La solución es $-3 < x < 3$.

21 Resuelve: $|x - 2| \leq 1$.

Solución

Es la distancia de x al 2: los que están a 1 o menos.

O con la regla: $-1 \leq x - 2 \leq 1$, y se suma 2 en los tres sitios.

La solución es $1 \leq x \leq 3$.

22 Resuelve: $|2x + 1| > 5$.

Solución

Con $>$ se parte en dos casos: $2x + 1 > 5$ o $2x + 1 < -5$.

Del primero sale $x > 2$; del segundo, $x < -3$.

△ Van unidos por «o», no por «y»: con «y» no habría solución.

La solución es $x < -3$ o $x > 2$.

23 Resuelve: $|x + 4| \geq 2$.

Solución

Dos casos: $x + 4 \geq 2$, que da $x \geq -2$; o $x + 4 \leq -2$, que da $x \leq -6$.

La solución es $x \leq -6$ o $x \geq -2$.

Sistemas de inecuaciones

Lo que hay que saber

Se resuelve cada inecuación por su lado y la solución es la parte **común**.

24 Resuelve el sistema: $x + 1 > 0$ y $x - 3 < 0$.

Solución

Se resuelve cada una por separado: la primera da $x > -1$ y la segunda $x < 3$.

La solución del sistema es lo que cumplen **las dos a la vez**, o sea la parte común.

La solución es $-1 < x < 3$.

25 Resuelve el sistema: $2x \geq 4$ y $x < 7$.

Solución

La primera da $x \geq 2$ y la segunda $x < 7$.

La parte común incluye el 2 y deja fuera el 7.

La solución es $2 \leq x < 7$.

26 Resuelve el sistema: $x - 2 \leq 0$ y $x + 5 > 0$.

Solución

Quedan $x \leq 2$ y $x > -5$.

La parte común es el intervalo de -5 (sin él) a 2 (con él).

La solución es $-5 < x \leq 2$.

27 Resuelve el sistema: $3x > 6$ y $x \leq 10$.

Solución

La primera da $x > 2$ y la segunda $x \leq 10$.

La solución es $2 < x \leq 10$.

28 Resuelve el sistema: $x^2 - 1 < 0$ y $x > 0$.

Solución

La primera es de segundo grado: sus raíces son -1 y 1 , y entre ellas es negativa, o sea $-1 < x < 1$.

Cruzándola con $x > 0$ queda solo el trozo de 0 a 1 .

La solución es $0 < x < 1$.

Problemas con inecuaciones

Lo que hay que saber

⚠ El contexto suele añadir condiciones que la inecuación no dice: los kilómetros no son negativos y una nota no pasa de 10.

29 Un número más 7 no llega a 15. ¿Qué números cumplen eso?

Solución

Se llama x al número y se traduce: «más 7» es $x + 7$, y «no llega a 15» es < 15 .

Queda $x + 7 < 15$, y pasando el 7: $x < 8$.

La solución es $x < 8$.

30 El triple de un número menos 4 es como mucho 20. ¿Qué números cumplen eso?

Solución

«El triple menos 4» es $3x - 4$, y «como mucho 20» es ≤ 20 .

$3x - 4 \leq 20 \rightarrow 3x \leq 24 \rightarrow x \leq 8$.

La solución es $x \leq 8$.

31 Un taxi cobra 3 € de bajada de bandera y 1,20 € por kilómetro. ¿Cuántos kilómetros se pueden hacer con 15 €?

Solución

El precio de x kilómetros es $3 + 1,20x$, y tiene que caber en 15 €.

$3 + 1,20x \leq 15 \rightarrow 1,20x \leq 12 \rightarrow x \leq 10$.

⚠ Y hay una condición que la inecuación no dice y el problema sí: los kilómetros no pueden ser negativos.

La solución es **hasta 10 km** ($x \leq 10$).

32

Para aprobar hace falta una media de 5 con dos notas, y en la primera se sacó un 4. ¿Qué nota hace falta en la segunda?

Solución

La media de las dos notas es $(4 + x) / 2$, y tiene que llegar a 5.

$$(4 + x) / 2 \geq 5 \rightarrow 4 + x \geq 10 \rightarrow x \geq 6.$$

△ Aquí el contexto también acota por arriba: la nota no puede pasar de 10.

La solución es **al menos un 6** ($x \geq 6$).
