

Límites: ejercicios de matemáticas resueltos paso a paso

17 ejercicios con la solución explicada paso a paso, y la teoría de los 5 temas que trae esta selección.

Material propio de solucionariomatematicas.es. Los enunciados y las soluciones están escritos por nosotros. La versión al día, con más ejercicios y de todos los cursos, está siempre en:

solucionariomatematicas.es

Límites: ejercicios de matemáticas resueltos paso a paso

Límites por sustitución directa

Lo que hay que saber

Lo primero es **siempre** sustituir. Si sale un número, ese es el límite y no hay nada más que hacer.

- 1 Calcula el límite de $f(x) = x^2 + 3x - 1$ cuando x tiende a 2.

Solución

Lo primero que se intenta **siempre** es sustituir.

Se sustituye y ya está: $2^2 + 3 \cdot 2 - 1 = 4 + 6 - 1$.

El límite es **9**.

- 2 Calcula el límite de $f(x) = (2x + 1) / (x - 4)$ cuando x tiende a 1.

Solución

Lo primero que se intenta **siempre** es sustituir.

El denominador en $x = 1$ vale -3 , que no es 0, así que se sustituye: $3 / (-3)$.

El límite es **-1**.

- 3 Calcula el límite de $f(x) = \sqrt{x + 5}$ cuando x tiende a 4.

Solución

Lo primero que se intenta **siempre** es sustituir.

$\sqrt{9} = 3$.

El límite es **3**.

- 4 Calcula el límite de $f(x) = x^3 - 2x$ cuando x tiende a -1 .

Solución

Lo primero que se intenta **siempre** es sustituir.

$(-1)^3 - 2 \cdot (-1) = -1 + 2$. ⚠ Cuidado con los signos.

El límite es **1**.

Indeterminación 0/0

Lo que hay que saber

⚠ **0/0 no es un resultado**: es una indeterminación, y significa «hay que trabajar más». Casi siempre se arregla factorizando y simplificando.

5 Calcula el límite de $f(x) = (x^2 - 4) / (x - 2)$ cuando x tiende a 2.

Solución

Al sustituir sale $0/0$, que **no es un resultado**: es una indeterminación.

Se factoriza el numerador: $x^2 - 4 = (x - 2)(x + 2)$.

Se simplifica el $(x - 2)$ y queda el límite de $x + 2$, que en $x = 2$ vale 4.

El límite es **4**.

6 Calcula el límite de $f(x) = (x^2 - 9) / (x - 3)$ cuando x tiende a 3.

Solución

Sale $0/0$.

Se factoriza: $(x - 3)(x + 3)$.

Simplificando queda $x + 3$, que en $x = 3$ vale 6.

El límite es **6**.

7 Calcula el límite de $f(x) = (x^2 - 5x + 6) / (x - 2)$ cuando x tiende a 2.

Solución

Sale $0/0$.

El numerador tiene raíces 2 y 3: $(x - 2)(x - 3)$.

Queda $x - 3$, que en $x = 2$ vale -1 .

El límite es **-1**.

8 Calcula el límite de $f(x) = (x^3 - 1) / (x - 1)$ cuando x tiende a 1.

Solución

Sale $0/0$.

$x^3 - 1 = (x - 1)(x^2 + x + 1)$.

Queda $x^2 + x + 1$, que en $x = 1$ vale 3.

El límite es **3**.

Límites en el infinito

Lo que hay que saber

Se comparan los **grados**: si manda el de arriba, infinito; si manda el de abajo, 0; si empatan, el cociente de los coeficientes principales. Δ El signo del infinito lo deciden esos coeficientes y hacia dónde va la x .

9 Calcula el límite de $f(x) = (3x^2 + 1) / (x^2 - 5)$ cuando x tiende a $+\infty$.

Solución

Arriba y abajo el grado es el mismo (2).

Cuando el grado coincide, el límite es el **cociente de los coeficientes** de mayor grado: $3/1$.

El límite es **3**.

10 Calcula el límite de $f(x) = (2x + 7) / (x^2 + 1)$ cuando x tiende a $+\infty$.

Solución

Abajo el grado es mayor (2 contra 1).

Cuando abajo manda, el límite es **0**: el denominador crece mucho más deprisa.

El límite es **0**.

11 Calcula el límite de $f(x) = (x^3 + 2) / (x + 1)$ cuando x tiende a $+\infty$.

Solución

Arriba el grado es mayor (3 contra 1).

Cuando arriba manda, el límite es **infinito**. $\triangle$ Y el signo lo deciden los coeficientes principales y hacia dónde va la x : aquí los dos son positivos y $x \rightarrow +\infty$.

El límite es **$+\infty$** .

12 Calcula el límite de $f(x) = 1 / x$ cuando x tiende a $+\infty$.

Solución

El denominador crece sin parar.

Una fracción con numerador fijo y denominador enorme se hace tan pequeña como se quiera: el límite es **0**.

El límite es **0**.

Límites laterales

Lo que hay que saber

Cuando el denominador se anula hay que mirar los dos lados. $\triangle$ Si los dos laterales no coinciden, **el límite no existe**.

13 Calcula los límites laterales de $f(x) = 1 / (x - 2)$ cuando x tiende a 2.

Solución

En $x = 2$ el denominador se anula, así que hay que mirar los dos lados por separado.

Por la **derecha** (x un poco mayor que 2), $x - 2$ es positivo y muy pequeño: la fracción se dispara a **$+\infty$** .

Por la **izquierda**, $x - 2$ es negativo y muy pequeño: el límite es **$-\infty$** .

$\triangle$ Los dos laterales son distintos, así que **el límite no existe** en $x = 2$. Lo que sí hay es una asíntota vertical.

14 Calcula el límite por la izquierda de $f(x) = 1 / (x - 2)$ cuando x tiende a 2.

Solución

Por la izquierda $x - 2$ es negativo y cada vez más pequeño en valor absoluto.

Una fracción con numerador 1 y denominador negativo diminuto se va a **$-\infty$** .

15 Calcula el límite por la derecha de $f(x) = 1 / x^2$ cuando x tiende a 0.

Solución

x^2 es siempre positivo, se acerque x por donde se acerque.

El límite es $+\infty$ por los dos lados, así que aquí sí se puede decir que el límite es $+\infty$.

Límites con raíces: el conjugado

Lo que hay que saber

Con una resta de raíces que da 0/0, el truco es multiplicar por el **conjugado**: la diferencia de cuadrados hace desaparecer la raíz.

16 Calcula el límite de $f(x) = (\sqrt{x} - 2) / (x - 4)$ cuando x tiende a 4.

Solución

Al sustituir sale 0/0.

Se multiplica arriba y abajo por el **conjugado** $(\sqrt{x} + 2)$:

Arriba queda $(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2) = x - 4$, que se simplifica con el denominador.

Queda $1 / (\sqrt{x} + 2)$, que en $x = 4$ vale $1/4$.

El límite es **$1/4$** .

17 Calcula el límite de $f(x) = (\sqrt{x+1} - 1) / x$ cuando x tiende a 0.

Solución

Sale 0/0.

Por el conjugado $(\sqrt{x+1} + 1)$: arriba queda $(x+1) - 1 = x$.

Se simplifica la x y queda $1 / (\sqrt{x+1} + 1)$, que en $x = 0$ vale $1/2$.