

Logaritmos: ejercicios de matemáticas resueltos paso a paso

18 ejercicios con la solución explicada paso a paso, y la teoría de los 4 temas que trae esta selección.

Material propio de solucionariomatematicas.es. Los enunciados y las soluciones están escritos por nosotros. La versión al día, con más ejercicios y de todos los cursos, está siempre en:

solucionariomatematicas.es

Logaritmos: ejercicios de matemáticas resueltos paso a paso

Qué es un logaritmo: la definición

Lo que hay que saber

$\log_b x = y$ significa $b^y = x$: el logaritmo es el **exponente** al que hay que elevar la base. Con esa frase se resuelve casi todo. $\triangle$ La base tiene que ser positiva y distinta de 1, y el número, **positivo**.

1 Calcula $\log_2 8$.

Solución

El logaritmo pregunta **a qué exponente hay que elevar la base** para que salga el número: $\log_2 8 = y$ significa $2^y = 8$.

$2^3 = 8$, así que el logaritmo es **3**.

2 Calcula $\log_3 81$.

Solución

El logaritmo pregunta **a qué exponente hay que elevar la base** para que salga el número: $\log_3 81 = y$ significa $3^y = 81$.

$3^4 = 81$, así que el logaritmo es **4**.

3 Calcula $\log_{10} 1000$.

Solución

El logaritmo pregunta **a qué exponente hay que elevar la base** para que salga el número: $\log_{10} 1000 = y$ significa $10^y = 1000$.

$10^3 = 1000$, así que el logaritmo es **3**.

4 Calcula $\log_5 25$.

Solución

El logaritmo pregunta **a qué exponente hay que elevar la base** para que salga el número: $\log_5 25 = y$ significa $5^y = 25$.

$5^2 = 25$, así que el logaritmo es **2**.

5 Calcula $\log_2 0,25$.

Solución

El logaritmo pregunta **a qué exponente hay que elevar la base** para que salga el número: $\log_2 0,25 = y$ significa $2^y = 0,25$.

$2^{-2} = 0,25$, así que el logaritmo es **-2**.

6 Calcula $\log_7 1$.

Solución

El logaritmo pregunta **a qué exponente hay que elevar la base** para que salga el número: $\log_7 1 = y$ significa $7^y = 1$.

$7^0 = 1$, así que el logaritmo es **0**.

Propiedades de los logaritmos

Lo que hay que saber

Son tres y convierten operaciones difíciles en fáciles: el logaritmo de un **producto** es la suma, el de un **cociente** la resta y el de una **potencia** baja el exponente a multiplicar. ▪ Lo que NO existe: el logaritmo de una suma no es la suma de los logaritmos.

7 Calcula $\log_2 32$ sabiendo que $\log_2 4 = 2$ y $\log_2 8 = 3$.

Solución

La propiedad que toca es **$\log(a \cdot b) = \log a + \log b$** .

$32 = 4 \cdot 8$, así que su logaritmo es la **suma**: $2 + 3 = 5$.

△ Comprobación por la definición: $2^5 = 32$.

8 Calcula $\log_3 27$ sabiendo que $\log_3 81 = 4$ y $\log_3 3 = 1$.

Solución

La propiedad que toca es **$\log(a : b) = \log a - \log b$** .

$27 = 81 : 3$, así que su logaritmo es la **resta**: $4 - 1 = 3$.

△ Comprobación por la definición: $3^3 = 27$.

9 Calcula $\log_2 64$ usando que $\log_2 4 = 2$.

Solución

La propiedad que toca es **$\log(a^n) = n \cdot \log a$** .

$64 = 4^3$, así que su logaritmo es $3 \cdot 2 = 6$.

△ Comprobación por la definición: $2^6 = 64$.

10 Calcula $\log_{10} \sqrt{100}$.

Solución

La propiedad que toca es **$\log \sqrt{a} = (\log a) : 2$** .

$\sqrt{100} = 100^{1/2}$, así que su logaritmo es $(\log_{10} 100) : 2 = 2 : 2 = 1$.

△ Comprobación por la definición: $10^1 = 10$.

Cambio de base

Lo que hay que saber

La calculadora solo tiene base 10 (y base e), así que para cualquier otra base se divide: $\log_b x = (\log x) : (\log b)$. $\triangle$ Vale con **cualquier** base intermedia: el resultado no depende de cuál se use.

11 Calcula $\log_2 8$ con la calculadora, que solo tiene log en base 10.

Solución

La fórmula del **cambio de base**: $\log_2 8 = (\log 8) : (\log 2)$, con los dos logaritmos en la misma base, la que tenga la calculadora.

Aquí sale exacto: $2^3 = 8$, así que el resultado es **3**.

12 Calcula $\log_3 9$ con la calculadora, que solo tiene log en base 10.

Solución

La fórmula del **cambio de base**: $\log_3 9 = (\log 9) : (\log 3)$, con los dos logaritmos en la misma base, la que tenga la calculadora.

Aquí sale exacto: $3^2 = 9$, así que el resultado es **2**.

13 Calcula $\log_5 125$ con la calculadora, que solo tiene log en base 10.

Solución

La fórmula del **cambio de base**: $\log_5 125 = (\log 125) : (\log 5)$, con los dos logaritmos en la misma base, la que tenga la calculadora.

Aquí sale exacto: $5^3 = 125$, así que el resultado es **3**.

14 Calcula $\log_4 16$ con la calculadora, que solo tiene log en base 10.

Solución

La fórmula del **cambio de base**: $\log_4 16 = (\log 16) : (\log 4)$, con los dos logaritmos en la misma base, la que tenga la calculadora.

Aquí sale exacto: $4^2 = 16$, así que el resultado es **2**.

Ecuaciones logarítmicas

Lo que hay que saber

- El paso que decide estos ejercicios no es despejar: es **comprobar el dominio**. Una solución que deje un logaritmo con argumento cero o negativo hay que descartarla aunque la cuenta sea correcta.

15 Resuelve $\log_2 x = 5$.

Solución

Por la definición, $x = 2^5 = 32$.

Solución: **x = 32**.

16 Resuelve $\log_3 (x - 1) = 2$.

Solución

Por la definición, $x - 1 = 3^2 = 9$, así que $x = 10$.

Solución: **$x = 10$** .

17 Resuelve $\log x + \log 2 = \log 10$.

Solución

Por la propiedad del producto, $\log(2x) = \log 10$, así que $2x = 10$ y $x = 5$.

Solución: **$x = 5$** .

18 Resuelve $\log(x + 3) + \log(x) = \log 4$.

Solución

Por el producto, $\log(x^2 + 3x) = \log 4$, así que $x^2 + 3x = 4$ y $x^2 + 3x - 4 = 0$. Sus soluciones son $x = 1$ y $x = -4$.

▪ Y aquí está la trampa del tema: **$x = -4$ se descarta**, porque $\log(-4)$ no existe —el logaritmo solo está definido para números POSITIVOS—. La solución válida es **$x = 1$** .
