

Ejercicios de Matemáticas de 6.º de Primaria resueltos

46 ejercicios con la solución explicada paso a paso, y la teoría de los 14 temas que trae esta selección.

Lo que vas a practicar

Mínimo común múltiplo y máximo común divisor · m.c.m., m.c.d. y sus problemas (ejercicios 1, 2, 3, 4)

Potencias y raíz cuadrada · Potencias, raíces exactas y aproximadas (ejercicios 5, 6, 7, 8)

Números enteros · Ordenar, sumar y restar negativos (ejercicios 9, 10, 11, 12)

Multiplicar y dividir fracciones · Producto, cociente y combinadas (ejercicios 13, 14, 15, 16)

La fracción de una cantidad · Partes de un total, y el total (ejercicios 17, 18, 19)

Dividir números decimales · Con decimales, y sacando decimales (ejercicios 20, 21, 22)

Proporcionalidad y regla de tres · Directa, inversa y escalas (ejercicios 23, 24, 25)

Porcentajes: descuento, aumento e IVA · Rebajas, subidas y el tanto por ciento (ejercicios 26, 27, 28)

Circunferencia y círculo · Longitud y área con π (ejercicios 29, 30, 31)

Volumen y capacidad · Ortoedro, cubo y litros (ejercicios 32, 33, 34)

Área del paralelogramo, el trapecio y el rombo · Tres fórmulas y sus datos (ejercicios 35, 36, 37)

Unidades de superficie y de volumen · Cambiar de unidad: 100 y 1 000 (ejercicios 38, 39, 40)

Media, moda y mediana · Las tres medidas, y los dos centrales (ejercicios 41, 42, 43)

Probabilidad · Casos favorables entre posibles (ejercicios 44, 45, 46)

Material propio de solucionariomatematicas.es. Los enunciados y las soluciones están escritos por nosotros. La versión al día, con más ejercicios y de todos los cursos, está siempre en:

solucionariomatematicas.es

Qué entra y qué no. Entran los catorce temas del índice, todos con ejercicios resueltos, y cuatro de esos ejercicios llevan su dibujo. **Ojo con una cosa:** el currículo de Primaria va por ciclos, y 5.º y 6.º son el mismo ciclo, así que comparten los mismos contenidos oficiales y cada libro reparte de una manera. Esta página recoge lo que dejamos anunciado en la de 5.º: las potencias, los números negativos, la regla de tres, el área del círculo, el volumen, el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo, y la probabilidad. Los demás temas son los que los dos cursos comparten, y aquí van un escalón más arriba: de sumar y restar fracciones pasamos a multiplicarlas y dividir las, de calcular el tanto por ciento de algo pasamos a los descuentos, los aumentos y el IVA, del área del rectángulo y el triángulo pasamos al paralelogramo, el trapecio y el rombo, de las unidades de longitud a las de superficie y volumen, y de la media a la moda y la mediana. **No entran** las operaciones con números negativos más allá de sumar y restar, ni los números romanos, ni la división por dos cifras, ni los criterios de divisibilidad, que son de 5.º: búscalos en la página de 5.º. Tampoco entra nada de la ESO: ni ecuaciones, ni polinomios, ni notación científica. Estos ejercicios no sustituyen al libro ni a lo que explica tu profesor.

Ejercicios de Matemáticas de 6.º de Primaria resueltos

Mínimo común múltiplo y máximo común divisor

Lo que hay que saber

Para **descomponer** un número se va dividiendo entre sus divisores primos (2, 3, 5, 7, 11...) hasta llegar a 1. El resultado se escribe como producto de potencias.

El **máximo común divisor (m.c.d.)** es el número más grande que divide a todos. Con las descomposiciones hechas: se toman los factores **comunes** y, de cada uno, el exponente **más pequeño**.

El **mínimo común múltiplo (m.c.m.)** es el número más pequeño que es múltiplo de todos. Se toman los factores **comunes y no comunes** y, de cada uno, el exponente **más grande**.

Cómo saber cuál de los dos pide un problema: si hay que **repartir o cortar en partes iguales lo más grandes posible**, es el m.c.d.; si hay que **volver a coincidir** o juntar grupos iguales, es el m.c.m.

- 1 Descompón 36 y 60 en factores primos y calcula su máximo común divisor.

Solución

Se descompone 36 dividiendo entre primos: $36 : 2 = 18$, $18 : 2 = 9$, $9 : 3 = 3$ y $3 : 3 = 1$. Queda $36 = 2^2 \cdot 3^2$.

Se descompone 60 igual: $60 : 2 = 30$, $30 : 2 = 15$, $15 : 3 = 5$ y $5 : 5 = 1$. Queda $60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$.

Los factores comunes a los dos son el 2 y el 3. Del 2 se coge el exponente más pequeño, que es 2 en los dos casos; del 3, el más pequeño es 1.

Así que $m.c.d.(36, 60) = 2^2 \cdot 3 = 12$.

Ojo. El 5 no entra, aunque esté en la descomposición del 60: no es común, porque no divide al 36. En el m.c.d. solo entran los factores que están en TODAS las descomposiciones.

- 2 Calcula el mínimo común múltiplo de 12 y 18.

Solución

Se descomponen los dos: $12 : 2 = 6$, $6 : 2 = 3$ y $3 : 3 = 1$, así que $12 = 2^2 \cdot 3$.

Y $18 : 2 = 9$, $9 : 3 = 3$ y $3 : 3 = 1$, así que $18 = 2 \cdot 3^2$.

Se cogen todos los factores que aparecen, comunes y no comunes, cada uno con el exponente más grande: el 2 con exponente 2 y el 3 con exponente 2.

$m.c.m.(12, 18) = 2^2 \cdot 3^2 = 4 \cdot 9 = 36$.

Se puede comprobar: $36 : 12 = 3$ y $36 : 18 = 2$, así que 36 es múltiplo de los dos.

3

Se quieren cortar dos cuerdas, una de 48 m y otra de 72 m, en trozos iguales lo más largos posible y sin que sobre nada. ¿Cuánto medirá cada trozo y cuántos trozos saldrán en total?

Solución

«En partes iguales lo más grandes posible y sin que sobre» es el máximo común divisor.

Se descomponen: $48 = 2^4 \cdot 3$ y $72 = 2^3 \cdot 3^2$.

Factores comunes, con el exponente más pequeño de cada uno: el 2 con exponente 3 y el 3 con exponente 1. Así que $\text{m.c.d.}(48, 72) = 2^3 \cdot 3 = \mathbf{24}$.

Cada trozo medirá **24 m**. De la primera cuerda salen $48 : 24 = 2$ trozos y de la segunda, $72 : 24 = 3$ trozos, así que son **5 trozos** en total.

Ojo. La pregunta tiene dos partes y la segunda no es el m.c.d.: hay que dividir cada cuerda entre la medida del trozo y SUMAR. Contestar solo «24 m» deja el problema a medias.

4

De una parada salen dos autobuses a la vez: uno pasa cada 15 minutos y el otro, cada 20 minutos. ¿Cuánto tiempo tardarán en volver a salir juntos?

Solución

«Volver a coincidir» es el mínimo común múltiplo.

Se descomponen: $15 = 3 \cdot 5$ y $20 = 2^2 \cdot 5$.

Se cogen todos los factores con el exponente más grande: el 2 con exponente 2, el 3 y el 5. Así que $\text{m.c.m.}(15, 20) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = \mathbf{60}$.

Volverán a salir juntos a los **60 minutos**, es decir, dentro de **1 hora**.

Se comprueba: $60 : 15 = 4$ vueltas del primero y $60 : 20 = 3$ vueltas del segundo.

Potencias y raíz cuadrada

Lo que hay que saber

Una **potencia** es una multiplicación de factores iguales. En 4^3 , el 4 es la **base** (el número que se repite) y el 3 es el **exponente** (las veces que se repite). Se lee «4 elevado a 3».

⚠ El exponente **no** multiplica: 4^3 no es $4 \cdot 3$. Es $4 \cdot 4 \cdot 4$.

Las **potencias de 10** son un 1 seguido de tantos ceros como diga el exponente. Por eso cualquier número que acabe en ceros se puede escribir como un número por una potencia de 10.

La **raíz cuadrada** es la operación contraria de elevar al cuadrado: $\sqrt{36}$ es el número que, multiplicado por sí mismo, da 36. Es **exacta** cuando ese número es entero.

Si no es exacta, se dice **entre qué dos enteros está**: se buscan los dos cuadrados perfectos más cercanos, uno por debajo y otro por encima.

5

Escribe $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$ como potencia y calcula su valor. Calcula también 2^5 .

Solución

El 3 se repite cuatro veces, así que la base es 3 y el exponente, 4: $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^4$.

Para calcularlo se va multiplicando: $3 \cdot 3 = 9$, $9 \cdot 3 = 27$ y $27 \cdot 3 = 81$. Así que $3^4 = 81$.

En 2^5 el 2 se repite cinco veces: $2 \cdot 2 = 4$, $4 \cdot 2 = 8$, $8 \cdot 2 = 16$ y $16 \cdot 2 = 32$. Así que $2^5 = 32$.

Ojo. 3^4 no es 12. El exponente dice cuántas veces se repite la base, no por cuánto hay que multiplicarla.

6

Calcula 10^3 y 10^5 , y escribe 7 000 como un número multiplicado por una potencia de 10.

Solución

10^3 es un 1 con tres ceros: **1 000**.

10^5 es un 1 con cinco ceros: **100 000**.

7 000 tiene tres ceros detrás del 7, así que son 7 millares: $7\ 000 = 7 \cdot 10^3$.

Se comprueba deshaciéndolo: $7 \cdot 1\ 000 = 7\ 000$.

7

Calcula $\sqrt{64}$ y $\sqrt{144}$. Después di entre qué dos números enteros está $\sqrt{50}$.

Solución

$\sqrt{64}$ es el número que multiplicado por sí mismo da 64. Como $8 \cdot 8 = 64$, $\sqrt{64} = 8$.

$\sqrt{144}$: como $12 \cdot 12 = 144$, $\sqrt{144} = 12$.

Para $\sqrt{50}$ se buscan los cuadrados perfectos de alrededor: $7 \cdot 7 = 49$, que es menor que 50, y $8 \cdot 8 = 64$, que es mayor.

Así que $\sqrt{50}$ está **entre 7 y 8**, y más cerca del 7, porque 50 está muy cerca de 49.

Ojo. $\sqrt{50}$ no es 25. Dividir entre 2 no es sacar la raíz cuadrada: $25 \cdot 25 = 625$, que no tiene nada que ver con 50.

8

Calcula, respetando el orden de las operaciones: $2^3 + 5^2 - \sqrt{81}$.

Solución

Primero se resuelven las potencias y la raíz, que van antes que las sumas y las restas.

$2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$. Y $5^2 = 5 \cdot 5 = 25$.

$\sqrt{81} = 9$, porque $9 \cdot 9 = 81$.

Ahora la cuenta es $8 + 25 - 9$. Se hace de izquierda a derecha: $8 + 25 = 33$ y $33 - 9 = 24$.

Números enteros

Lo que hay que saber

Los **números enteros** son los positivos, los negativos y el cero. Sirven para contar cosas que van por debajo de una referencia: grados bajo cero, plantas de sótano, deudas o metros por debajo del nivel del mar.

Para **ordenar**, lo que manda es el sitio en la recta: cuanto más a la derecha, mayor. Todos los negativos son menores que el cero y que cualquier positivo.

△ Entre dos negativos, es **menor el que tiene la cifra más grande**, porque está más lejos del cero por la izquierda. Es lo contrario de lo que pasa con los positivos.

Para **sumar o restar**, lo más seguro es pensar en la recta: sumar es moverse a la derecha y restar es moverse a la izquierda, se empieza donde se empieza.

Restar un negativo es sumar: los dos signos seguidos se convierten en un más.

9 Ordena de menor a mayor estos cinco números: -5 , 3 , 0 , -12 y 7 .

Solución

Primero se separan: los negativos son -5 y -12 , el cero está en medio y los positivos son 3 y 7 .

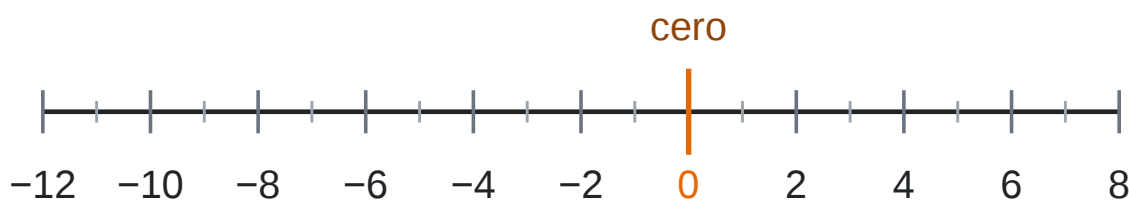
Entre los dos negativos, el menor es el que está más lejos del cero por la izquierda: -12 es menor que -5 .

Entre los dos positivos, 3 es menor que 7 .

Juntando todo: $-12 < -5 < 0 < 3 < 7$.

Ojo. No vale ordenar mirando solo la cifra y olvidando el signo; así saldría el orden al revés entre los dos negativos. El signo es parte del número.

10 Calcula: $(-7) + 4$, $(-7) - 4$ y $5 - (-3)$. Puedes seguir cada movimiento sobre la recta numérica que hay en el dibujo.



Recta numérica a escala: cada unidad ocupa lo mismo. Los números van rotulados de dos en dos, y entre ellos hay una marca más corta para cada unidad. La raya naranja más larga es el cero; a su izquierda están los negativos y a su derecha, los positivos. Sirve de regla para seguir los movimientos: sumar es ir a la derecha y restar es ir a la izquierda.

Solución

$(-7) + 4$: se empieza en el -7 y se avanza 4 a la derecha. Se llega al -3 .

$(-7) - 4$: se empieza en el -7 y se retrocede 4, es decir, se va a la izquierda. Se llega al -11 .

$5 - (-3)$: restar un negativo es sumar, así que la cuenta se convierte en $5 + 3 = 8$.

Ojo. $(-7) + 4$ y $(-7) - 4$ no dan lo mismo, aunque los dos resultados salgan negativos. En la primera se va hacia el cero y en la segunda se va alejando de él.

- 11** A las siete de la mañana el termómetro marcaba -4°C . A mediodía la temperatura había subido 11 grados y por la noche bajó 6 grados. ¿Qué temperatura hacía a mediodía? ¿Y por la noche?

Solución

A mediodía: se parte de -4 y sube 11, así que hay que avanzar 11 a la derecha. $-4 + 11 = 7^{\circ}\text{C}$.

Por la noche: se parte de los 7°C del mediodía y baja 6, así que se retrocede 6. $7 - 6 = 1^{\circ}\text{C}$.

Si se compara el principio con el final, de -4°C a 1°C , la temperatura **subió 5 grados** a lo largo del día.

Ojo. La bajada de la noche se cuenta desde la temperatura del mediodía, no desde la de la mañana. Cada cambio se aplica a lo que había justo antes.

- 12** Un ascensor está parado en la planta -3 , que es el tercer sótano. Sube 7 plantas y después baja 2. ¿En qué planta se queda?

Solución

Subir 7 desde la planta -3 : $-3 + 7 = 4$, así que llega a la **planta 4**.

Después baja 2 plantas desde la 4: $4 - 2 = 2$.

Se queda en la **planta 2**.

Se puede comprobar de otra manera: en total el ascensor sube 7 y baja 2, así que se mueve $7 - 2 = 5$ plantas hacia arriba. Y $-3 + 5 = 2$, el mismo resultado.

Multiplicar y dividir fracciones

Lo que hay que saber

Para **multiplicar** dos fracciones se multiplican los numeradores entre sí y los denominadores entre sí. No hace falta poner el mismo denominador: eso solo es para sumar y restar.

Para **dividir** se multiplica la primera por la **inversa** de la segunda, es decir, dándole la vuelta a la segunda.

El resultado se **simplifica** dividiendo numerador y denominador por un divisor común, hasta que ya no tengan ninguno distinto de 1.

⚠ En las **operaciones combinadas** el orden no cambia porque haya fracciones: primero los paréntesis, después multiplicaciones y divisiones, y al final sumas y restas.

- 13** Calcula y simplifica si se puede: $2/3 \cdot 5/7$.

Solución

Se multiplican los numeradores: $2 \cdot 5 = 10$.

Se multiplican los denominadores: $3 \cdot 7 = 21$.

Queda **$2/3 \cdot 5/7 = 10/21$** .

No se puede simplificar: 10 y 21 no comparten divisores distintos de 1, porque 10 es $2 \cdot 5$ y 21 es $3 \cdot 7$.

14 Calcula: $\frac{3}{4} : \frac{2}{5}$.

Solución

Dividir es multiplicar por la inversa de la segunda, así que $\frac{2}{5}$ se pone del revés: $\frac{5}{2}$.

La cuenta queda $\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{2}$.

Numeradores: $3 \cdot 5 = 15$. Denominadores: $4 \cdot 2 = 8$.

Así que **$\frac{3}{4} : \frac{2}{5} = \frac{15}{8}$** . No se simplifica, porque 15 y 8 no tienen divisores comunes.

Ojo. Al dividir se le da la vuelta a la SEGUNDA fracción, no a la primera. Dándole la vuelta a la primera saldría $\frac{4}{3} \cdot \frac{2}{5}$, que es otra cuenta.

15 Calcula y simplifica: $\frac{4}{9} \cdot \frac{3}{8}$.

Solución

Numeradores: $4 \cdot 3 = 12$. Denominadores: $9 \cdot 8 = 72$. Queda $\frac{12}{72}$.

Ahora se simplifica. El 12 divide a los dos: $12 : 12 = 1$ y $72 : 12 = 6$.

Así que **$\frac{4}{9} \cdot \frac{3}{8} = \frac{1}{6}$** .

Está simplificada del todo, porque 1 y 6 ya no comparten divisores distintos de 1.

16 Calcula, respetando el orden de las operaciones: $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4}$.

Solución

La multiplicación va antes que la suma, así que lo primero es $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4}$.

Numeradores: $2 \cdot 3 = 6$. Denominadores: $3 \cdot 4 = 12$. Queda $\frac{6}{12}$, que simplificado dividiendo por 6 es $\frac{1}{2}$.

Ahora la cuenta es $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$. Tienen el mismo denominador, así que se suman los numeradores: $1 + 1 = 2$, y queda $\frac{2}{2}$.

Y $\frac{2}{2} = 1$.

Ojo. No se puede empezar sumando $\frac{1}{2} + \frac{2}{3}$ y multiplicar después por $\frac{3}{4}$. El orden de las operaciones manda también con fracciones, y saltárselo da otro resultado.

La fracción de una cantidad

Lo que hay que saber

Para calcular **la fracción de una cantidad** se divide la cantidad entre el denominador (así se sabe cuánto vale una parte) y se multiplica por el numerador (así se sabe cuánto valen las partes que piden).

El denominador dice **en cuántas partes iguales** se reparte el total; el numerador, **cuántas de esas partes** se cogen.

Si lo que se conoce es **la parte** y lo que se busca es el total, se hace al revés: se divide la parte entre el numerador y se multiplica por el denominador.

△ Conviene comprobar que la respuesta tiene sentido: una fracción menor que 1 da menos que el total, y una mayor que 1 da más.

17 Calcula $\frac{3}{5}$ de 45.

Solución

El denominador es 5, así que el total se reparte en 5 partes iguales: $45 : 5 = 9$. Cada parte vale 9.

El numerador es 3, así que se cogen 3 de esas partes: $9 \cdot 3 = 27$.

Así que **$\frac{3}{5}$ de 45 = 27**.

Tiene sentido: $\frac{3}{5}$ es menor que 1, así que tiene que dar menos que el total, y 27 es menos que 45.

18 Un depósito tiene una capacidad de 120 litros y está lleno hasta sus $\frac{3}{4}$. ¿Cuántos litros tiene dentro? ¿Cuántos litros faltan para llenarlo?

Solución

Se reparte la capacidad en 4 partes: $120 : 4 = 30$ litros cada parte.

Se cogen 3 partes: $30 \cdot 3 = \mathbf{90 \text{ litros}}$ dentro.

Para saber lo que falta se resta de la capacidad total: $120 - 90 = \mathbf{30 \text{ litros}}$.

Se puede comprobar por otro camino: si está lleno hasta $\frac{3}{4}$, falta $\frac{1}{4}$, y $\frac{1}{4}$ de 120 es justo una parte, 30 litros.

Ojo. Los 30 litros que faltan y los 30 litros de cada parte coinciden, y no es casualidad ni un error: lo que falta es exactamente una de las cuatro partes.

19 En una clase, $\frac{2}{7}$ de los alumnos van al colegio en autobús, y son 8 alumnos. ¿Cuántos alumnos hay en la clase?

Solución

Aquí se conoce la parte (8 alumnos) y se busca el total, así que se hace al revés.

Esos 8 alumnos son 2 partes de 7, así que una parte es $8 : 2 = 4$ alumnos.

El total son 7 partes: $4 \cdot 7 = \mathbf{28 \text{ alumnos}}$.

Se comprueba hacia delante: $\frac{2}{7}$ de 28 es $28 : 7 = 4$ y $4 \cdot 2 = 8$, los 8 alumnos del enunciado.

Ojo. El total no se halla multiplicando 8 por 7, que daría 56. Si ya sabes dividir fracciones, $8 : \frac{2}{7} = 28$ también vale, porque dividir entre $\frac{2}{7}$ es multiplicar por $\frac{7}{2}$; si todavía no, el camino seguro es el de arriba: averiguar primero cuánto vale UNA parte.

Dividir números decimales

Lo que hay que saber

Si el **divisor tiene decimales**, se le quitan: se multiplican el dividendo y el divisor por 10, por 100 o por 1 000 (lo que haga falta) y la división da el mismo resultado.

Multiplicar por 10, 100 o 1 000 es **correr la coma** a la derecha uno, dos o tres lugares. Hay que correrla **en los dos números a la vez**, o la división cambia.

Si la división **no es exacta**, se le añade una coma al cociente y ceros al resto, y se sigue dividiendo.

Toda división se puede **comprobar** multiplicando: el cociente por el divisor tiene que dar el dividendo (si es exacta).

20 Calcula $7,2 : 0,8$.

Solución

El divisor, 0,8, tiene un decimal, así que se multiplican los dos números por 10 para quitárselo.

$7,2 \cdot 10 = 72$ y $0,8 \cdot 10 = 8$. La división se convierte en $72 : 8$.

$72 : 8 = 9$.

Se comprueba con la multiplicación: $9 \cdot 0,8 = 7,2$.

Ojo. La coma hay que correrla en los DOS números. Si se corriera solo en el divisor, la cuenta sería $7,2 : 8$, que da otro resultado.

21 Calcula $15 : 4$ sacando los decimales que hagan falta.

Solución

Se empieza dividiendo igual que en una división entera: 4 cabe 3 veces en 15, porque $4 \cdot 3 = 12$, y sobran $15 - 12 = 3$.

La división no es exacta, así que se pone una coma en el cociente y un cero al resto: $30 : 4$ cabe 7 veces, porque $4 \cdot 7 = 28$, y sobran 2.

Se añade otro cero: $20 : 4 = 5$ exacto, y ya no sobra nada.

El cociente es **3,75**.

Se comprueba: $3,75 \cdot 4 = 15$.

22 Seis botellas iguales de zumo cuestan 8,10 € en total. ¿Cuánto cuesta una botella?

Solución

Para repartir el precio entre las seis botellas hay que dividir: $8,10 : 6$.

Aquí el divisor no tiene decimales, así que se divide directamente: $8 : 6$ cabe 1 vez y sobran 2; se baja el 1 y queda $21 : 6$, que cabe 3 veces ($6 \cdot 3 = 18$) y sobran 3; se baja el 0 y queda $30 : 6 = 5$ exacto.

Poniendo la coma en su sitio, el cociente es **1,35 €** por botella.

Se comprueba: $1,35 \cdot 6 = 8,10$ €, que es lo que costaban las seis.

Proporcionalidad y regla de tres

Lo que hay que saber

Dos magnitudes son **directamente proporcionales** cuando al doble de una le corresponde el doble de la otra: más kilos, más precio.

Son **inversamente proporcionales** cuando al doble de una le corresponde la mitad de la otra: más obreros, menos días.

△ Antes de calcular hay que decidir **de qué tipo es**, porque la cuenta es distinta. La pregunta que lo resuelve es: si una magnitud aumenta, ¿la otra aumenta o disminuye?

En la **directa**, lo más seguro es hallar primero cuánto vale una unidad (el precio de un kilo, lo que recorre en una hora) y multiplicar después.

En la **inversa** se multiplican los dos datos que van juntos (así sale el trabajo total) y se divide entre el dato nuevo.

23 Cuatro kilos de naranjas cuestan 5,20 €. ¿Cuánto cuestan 7 kilos?

Solución

Más kilos cuestan más dinero, así que es **proporcionalidad directa**.

Se halla lo que cuesta un kilo: $5,20 : 4 = 1,30$ € el kilo.

Ahora se multiplica por los kilos que piden: $1,30 \cdot 7 = \mathbf{9,10 \text{ €}}$.

Tiene sentido: 7 kilos son más que 4, y 9,10 € es más que 5,20 €.

24 Tres pintores tardan 8 días en pintar un colegio. ¿Cuánto tardarían 4 pintores trabajando al mismo ritmo?

Solución

Más pintores tardan menos días, así que es **proporcionalidad inversa**.

Se calcula el trabajo total en jornadas de un pintor: $3 \cdot 8 = 24$ jornadas.

Esas 24 jornadas se reparten ahora entre 4 pintores: $24 : 4 = \mathbf{6 \text{ días}}$.

Ojo. Aquí no vale la regla de la directa. Si se hiciera «8 : 3 y por 4» saldrían más días que antes, y es absurdo: con más pintores no se puede tardar más.

25 En un mapa, 1 cm representa 50 km. Dos ciudades están a 7 cm en el mapa: ¿cuántos kilómetros hay de verdad? Y si otras dos están a 275 km, ¿a cuántos centímetros estarán en el mapa?

Solución

Más centímetros en el mapa son más kilómetros de verdad: es directa.

Para pasar de centímetros a kilómetros se multiplica por 50: $7 \cdot 50 = \mathbf{350 \text{ km}}$.

Para pasar de kilómetros a centímetros se hace lo contrario, dividir entre 50: $275 : 50 = \mathbf{5,5 \text{ cm}}$.

Se comprueba hacia delante: $5,5 \cdot 50 = 275 \text{ km}$.

Porcentajes: descuento, aumento e IVA

Lo que hay que saber

Un **porcentaje** es una fracción de denominador 100: el 15 % es 15 de cada 100. Para calcular el tanto por ciento de una cantidad se divide la cantidad entre 100 y se multiplica por el porcentaje.

En un **descuento** el porcentaje se calcula sobre el precio de partida y después **se resta** de él. En un **aumento** (una subida, el IVA) se calcula igual y **se suma**.

△ Lo que se pregunta puede ser el descuento o puede ser el precio final. Hay que leer la pregunta hasta el final y dar lo que pide.

Si lo que se busca es **el porcentaje**, se escribe la fracción «parte entre total» y se convierte en una fracción de denominador 100.

- 26** Una bicicleta cuesta 240 € y en las rebajas le descuentan el 15 %. ¿Cuánto dinero se descuenta? ¿Cuánto cuesta al final?

Solución

Se calcula el 15 % de 240: primero $240 : 100 = 2,4$, que es el 1 %.

Ahora se multiplica por 15: $2,4 \cdot 15 = 36$ € de descuento.

El precio final es el de partida menos el descuento: $240 - 36 = 204$ €.

Ojo. Los 36 € son lo que se ahorra, no lo que paga. Dar 36 € como precio final sería contestar a la primera pregunta y dejar la segunda sin responder.

- 27** Un mueble cuesta 150 € sin IVA. Si el IVA es del 21 %, ¿cuánto hay que pagar?

Solución

El IVA es un aumento: se calcula sobre el precio sin IVA y se suma.

El 1 % de 150 es $150 : 100 = 1,5$.

El 21 % es $1,5 \cdot 21 = 31,50$ € de IVA.

El precio con IVA es $150 + 31,50 = 181,50$ €.

Ojo. El IVA se suma, no se resta. Si saliera menos de 150 € habría que volver a mirar la cuenta, porque con IVA se paga más que sin IVA.

- 28** En una clase de 25 alumnos, 15 van al colegio andando. ¿Qué porcentaje de la clase va andando?

Solución

Se escribe la fracción «parte entre total»: 15 de 25, es decir, $15/25$.

Hay que convertirla en una fracción de denominador 100. Como $25 \cdot 4 = 100$, se multiplican arriba y abajo por 4: $15 \cdot 4 = 60$ y $25 \cdot 4 = 100$.

Queda $60/100$, que es el **60 %**.

Se comprueba hacia atrás: el 60 % de 25 es $25 : 100 = 0,25$ y $0,25 \cdot 60 = 15$ alumnos, los del enunciado.

Circunferencia y círculo

Lo que hay que saber

La **circunferencia** es la línea y el **círculo** es la superficie que queda dentro. El **radio** va del centro al borde y el **diámetro** va de un borde al otro pasando por el centro, así que el diámetro es el doble del radio.

La **longitud de la circunferencia** se calcula con la fórmula $L = 2 \cdot \pi \cdot r$, donde r es el radio.

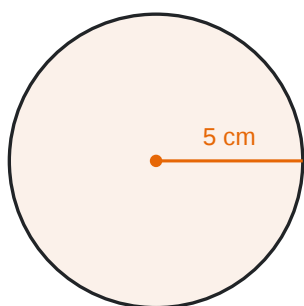
El **área del círculo** se calcula con la fórmula $A = \pi \cdot r^2$, es decir, π por el radio multiplicado por sí mismo.

△ π no es un número exacto. Aquí se usa **3,14**, así que los resultados son aproximados; con más decimales de π saldrían cifras algo distintas.

El área se mide en unidades **cuadradas** (cm^2 , m^2) y la longitud, en unidades normales (cm , m).

29

Calcula la longitud de la circunferencia que aparece en el dibujo, que tiene 5 cm de radio. Usa $\pi = 3,14$.



Círculo dibujado a escala: la circunferencia es su borde y el círculo es toda la superficie de dentro, que aquí va pintada. El punto naranja del medio es el centro y el segmento naranja es un radio, que mide 5 cm: va del centro al borde.

Solución

La fórmula es $L = 2 \cdot \pi \cdot r$, y el radio es 5 cm.

Se sustituye: $L = 2 \cdot 3,14 \cdot 5$.

Primero $2 \cdot 3,14 = 6,28$, y después $6,28 \cdot 5 = 31,4$.

La longitud es **31,4 cm**, aproximadamente, porque π se ha tomado como 3,14.

Ojo. La longitud se mide en centímetros, no en centímetros cuadrados. Lo que se ha medido es una línea, no una superficie.

30 Calcula el área del círculo de 5 cm de radio. Usa $\pi = 3,14$.

Solución

La fórmula es $A = \pi \cdot r^2$, y el radio es 5 cm.

Primero el radio al cuadrado: $5^2 = 5 \cdot 5 = 25$.

Ahora se multiplica por π : $3,14 \cdot 25 = 78,5$.

El área es **78,5 cm²**, aproximadamente.

Ojo. Hay que elevar al cuadrado SOLO el radio, no multiplicar por 2. Con $2 \cdot 3,14 \cdot 5$ se obtiene la longitud de la circunferencia, que es otra cosa.

31 Una tapa redonda tiene 20 cm de diámetro. ¿Cuánto mide su radio? ¿Cuál es su área? Usa $\pi = 3,14$.

Solución

El radio es la mitad del diámetro: $20 : 2 = 10$ cm.

Ahora se aplica la fórmula del área: $A = \pi \cdot r^2$, con $r = 10$.

El radio al cuadrado: $10 \cdot 10 = 100$.

Y el área: $3,14 \cdot 100 = 314$ cm², aproximadamente.

Ojo. El dato que da el enunciado es el diámetro, no el radio. Si se metiera el 20 en la fórmula saldría un área cuatro veces mayor que la de verdad.

Volumen y capacidad

Lo que hay que saber

El **volumen** es el espacio que ocupa un cuerpo. Se mide en unidades **cúbicas**: cm³, dm³, m³.

El volumen de un **ortopedro** (una caja) es el producto de sus tres medidas: largo por ancho por alto.

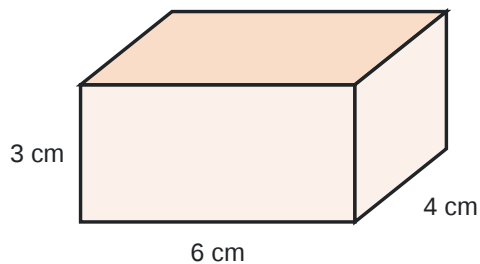
Un **cubo** es un ortopedro con las tres aristas iguales, así que su volumen es la arista elevada al cubo.

La **capacidad** y el volumen están unidos por una igualdad que hay que saber de memoria: **1 dm³ = 1 litro**, y $1 \text{ dm}^3 = 1\,000 \text{ cm}^3$.

⚠ Para multiplicar las tres medidas tienen que estar **en la misma unidad**. Si una viene en metros y otra en centímetros, primero se cambian.

32

Calcula el volumen de la caja que aparece en el dibujo, un ortoedro que mide 6 cm de largo, 4 cm de fondo y 3 cm de alto.



Ortoedro visto en perspectiva, con sus tres medidas: 6 cm de largo (abajo), 3 cm de alto (a la izquierda) y 4 cm de fondo (la arista que se va hacia atrás, rotulada abajo a la derecha). $\triangle$ La cara de delante sí guarda la proporción entre el largo y el alto, pero el fondo está deformado por la perspectiva: ese no se puede medir con la regla.

Solución

El volumen del ortoedro es el producto de las tres medidas.

Se multiplican dos primero: $6 \cdot 4 = 24$.

Y después por la tercera: $24 \cdot 3 = 72$.

El volumen es **72 cm³**.

Ojo. El volumen va en centímetros cúbicos, no cuadrados. Se han multiplicado tres medidas, no dos.

33

Calcula el volumen de un cubo de 5 cm de arista.

Solución

En un cubo las tres medidas son iguales, así que el volumen es la arista repetida tres veces como factor: $5 \cdot 5 \cdot 5$.

Se puede escribir como potencia: 5^3 .

$5 \cdot 5 = 25$ y $25 \cdot 5 = 125$.

El volumen es **125 cm³**.

34

Un depósito con forma de ortoedro mide 50 cm de largo, 30 cm de fondo y 20 cm de alto. ¿Cuál es su volumen en centímetros cúbicos? ¿Cuántos litros de agua caben?

Solución

Las tres medidas están ya en la misma unidad, así que se multiplican: $50 \cdot 30 = 1\,500$ y $1\,500 \cdot 20 = 30\,000$.

El volumen es **30 000 cm³**.

Para pasar a litros hay que ir a decímetros cúbicos, porque 1 dm³ es 1 litro. Como 1 dm³ son 1 000 cm³, se divide: $30\,000 : 1\,000 = 30$ dm³.

Así que caben **30 litros**.

Ojo. De centímetros cúbicos a decímetros cúbicos se divide entre 1 000, no entre 10. Con las unidades de volumen cada escalón vale 1 000.

Área del paralelogramo, el trapecio y el rombo

Lo que hay que saber

El área de un **paralelogramo** es la base por la altura, igual que en el rectángulo. La **altura** no es el lado inclinado: es la distancia entre las dos bases, medida en perpendicular.

El área de un **trapecio** es la suma de sus dos bases, multiplicada por la altura y dividida entre 2.

El área de un **rombo** es el producto de sus dos **diagonales** dividido entre 2. Las diagonales son los segmentos que unen vértices opuestos.

⚠ Antes de aplicar una fórmula hay que mirar **qué datos da el enunciado**: si da diagonales, es el rombo; si da dos bases, es el trapecio.

El área se mide en unidades **cuadradas**.

- 35** Calcula el área de un paralelogramo cuya base mide 9 cm y cuya altura mide 4 cm.

Solución

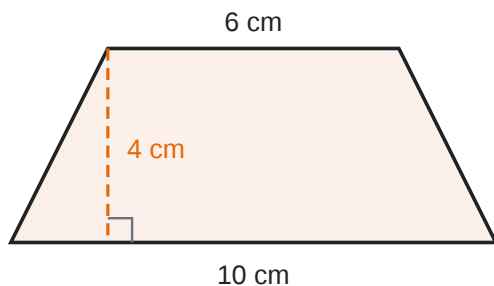
El área del paralelogramo es base por altura.

Se sustituye: $9 \cdot 4 = 36$.

El área es **36 cm²**.

Ojo. Aquí el enunciado da la altura ya medida, pero cuando dé también la medida del lado inclinado hay que tener cuidado: la altura es la perpendicular a la base, no el lado. Usando el lado, el área saldría mayor que la de verdad.

- 36** Calcula el área del trapecio que aparece en el dibujo, cuyas bases miden 10 cm y 6 cm y cuya altura mide 4 cm.



Trapecio dibujado a escala. La base de abajo (la mayor) mide 10 cm y la de arriba (la menor), 6 cm. La línea naranja de puntos es la altura: va de una base a la otra formando ángulo recto, y mide 4 cm.

Solución

La fórmula del trapecio es: se suman las dos bases, se multiplica por la altura y se divide entre 2.

Se suman las bases: $10 + 6 = 16$.

Se multiplica por la altura: $16 \cdot 4 = 64$.

Y se divide entre 2: $64 : 2 = 32 \text{ cm}^2$.

Ojo. La división entre 2 no se puede olvidar. Sin ella saldría 64 cm², que es el **doble** del área del trapecio y no el área de ninguna figura del dibujo: el rectángulo que envuelve a este trapecio mide $10 \cdot 4 = 40 \text{ cm}^2$.

37 Calcula el área de un rombo cuyas diagonales miden 12 cm y 8 cm.

Solución

El área del rombo es el producto de las diagonales dividido entre 2.

Se multiplican las diagonales: $12 \cdot 8 = 96$.

Se divide entre 2: $96 : 2 = 48 \text{ cm}^2$.

Se puede comprobar de otra manera: un rombo es la mitad del rectángulo que tiene por lados sus dos diagonales, y ese rectángulo mide 96 cm^2 .

Unidades de superficie y de volumen

Lo que hay que saber

Con las unidades de **longitud**, cada escalón vale 10: de metros a decímetros se multiplica por 10.

Con las de **superficie**, cada escalón vale **100**: $1 \text{ m}^2 = 100 \text{ dm}^2$ y $1 \text{ m}^2 = 10\,000 \text{ cm}^2$.

Con las de **volumen**, cada escalón vale **1 000**: $1 \text{ m}^3 = 1\,000 \text{ dm}^3$ y $1 \text{ dm}^3 = 1\,000 \text{ cm}^3$.

La razón es el exponente: un cuadrado tiene dos medidas ($10 \cdot 10 = 100$) y un cubo tiene tres ($10 \cdot 10 \cdot 10 = 1\,000$).

△ Para **bajar** de unidad (de mayor a menor) se multiplica; para **subir**, se divide. El número de cifras avisa: al bajar tiene que salir un número mayor.

38 Expresa en centímetros cuadrados: 5 m^2 y $3,2 \text{ m}^2$.

Solución

De metros cuadrados a centímetros cuadrados hay dos escalones (metros a decímetros y decímetros a centímetros), y cada uno vale 100: en total, $100 \cdot 100 = 10\,000$.

Se baja de unidad, así que se multiplica: $5 \cdot 10\,000 = 50\,000 \text{ cm}^2$.

Con el segundo: $3,2 \cdot 10\,000 = 32\,000 \text{ cm}^2$.

Ojo. De m^2 a cm^2 no se multiplica por 100, sino por 10 000. Con las superficies cada escalón ya vale 100, y aquí hay dos escalones.

39 Expresa 2 m^3 en decímetros cúbicos y di cuántos litros son.

Solución

De metros cúbicos a decímetros cúbicos hay un escalón, y con el volumen cada escalón vale 1 000.

Se baja de unidad, así que se multiplica: $2 \cdot 1\,000 = 2\,000 \text{ dm}^3$.

Y como 1 dm^3 es 1 litro, son **2 000 litros**.

Tiene sentido: al bajar de unidad el número sale mayor.

40

Una habitación rectangular mide 4 m de largo y 3 m de ancho. ¿Cuál es su superficie en metros cuadrados? ¿Cuántas baldosas cuadradas de 25 cm de lado hacen falta para cubrirla?

Solución

La superficie de la habitación es base por altura: $4 \cdot 3 = 12 \text{ m}^2$.

Cada baldosa es un cuadrado de 25 cm de lado, así que su superficie es $25 \cdot 25 = 625 \text{ cm}^2$.

Para dividir hay que tener las dos superficies en la misma unidad. Se pasa la habitación a centímetros cuadrados: $12 \cdot 10\,000 = 120\,000 \text{ cm}^2$.

Y se divide: $120\,000 : 625 = 192$ baldosas.

Ojo. No vale dividir 12 m^2 entre 625 cm^2 tal cual. Antes de dividir dos medidas hay que ponerlas en la misma unidad, y aquí eso cambia el resultado por completo.

Media, moda y mediana

Lo que hay que saber

La **media** se calcula sumando todos los datos y dividiendo la suma entre el número de datos.

La **moda** es el dato que **más veces** se repite. Puede haber más de una, y si ninguno se repite no hay moda.

La **mediana** es el dato que queda **en el medio** cuando se ordenan todos de menor a mayor. $\triangle$ Sin ordenar no se puede hallar.

Si el número de datos es **par** no hay uno solo en el medio: hay dos, y la mediana es la media de esos dos.

$\triangle$ Los tres pueden salir distintos sobre los mismos datos, y eso no es un error: cada uno mide una cosa diferente.

41

Las notas de Lucía en cinco exámenes han sido 7, 5, 8, 6 y 9. Calcula su nota media.

Solución

Se suman todas las notas: $7 + 5 = 12$, $12 + 8 = 20$, $20 + 6 = 26$ y $26 + 9 = 35$.

Son 5 notas, así que la suma se divide entre 5: $35 : 5 = 7$.

La nota media es 7.

Tiene sentido: la media queda entre la nota más baja (5) y la más alta (9).

42

De estos siete datos, calcula la media, la moda y la mediana: 3, 8, 3, 7, 9, 3 y 9.

Solución

Media: se suman los siete datos. $3 + 8 = 11$, $11 + 3 = 14$, $14 + 7 = 21$, $21 + 9 = 30$, $30 + 3 = 33$ y $33 + 9 = 42$. Y $42 : 7 = 6$.

Moda: se cuenta cuántas veces sale cada dato. El 3 sale tres veces, el 9 sale dos y el 8 y el 7, una cada uno. La moda es 3.

Mediana: primero se ordenan de menor a mayor: 3, 3, 3, 7, 8, 9, 9. Son siete datos, así que el del medio es el cuarto.

Contando desde el principio, el cuarto dato es el 7: la mediana es 7.

Ojo. Que la media, la moda y la mediana salgan tres números distintos está bien. Si salieran iguales sería una casualidad de estos datos, no una comprobación.

43 Calcula la mediana de estos seis datos: 5, 9, 2, 10, 6 y 4.

Solución

Lo primero es ordenarlos de menor a mayor: 2, 4, 5, 6, 9, 10.

Son seis datos, un número par, así que no hay uno solo en el medio: los centrales son el tercero y el cuarto, que son el 5 y el 6.

La mediana es la media de esos dos: $5 + 6 = 11$ y $11 : 2 = 5,5$.

Ojo. La mediana no tiene que ser uno de los datos de la lista. Con un número par de datos lo corriente es que no lo sea, y aquí el 5,5 no está entre los seis.

Probabilidad

Lo que hay que saber

Un **suceso** es cada cosa que puede pasar en un experimento. Al tirar un dado, «salir un 4» o «salir par» son sucesos.

Cuando todos los resultados tienen la **misma posibilidad**, la probabilidad de un suceso es la fracción **casos favorables entre casos posibles**.

El resultado se puede dejar como fracción y conviene **simplificarlo**.

La probabilidad está **entre 0 y 1**: 0 es imposible y 1 es seguro. Si sale un número mayor que 1, la cuenta está mal.

La probabilidad de que **no** pase algo es 1 menos la probabilidad de que pase; también se puede contar directamente los casos en que no pasa.

44 Se tira un dado normal de seis caras. ¿Cuál es la probabilidad de sacar un número par? ¿Y de sacar un número mayor que 4?

Solución

Los casos posibles son las seis caras: 1, 2, 3, 4, 5 y 6.

Para «número par», los casos favorables son el 2, el 4 y el 6, o sea 3. La probabilidad es $3/6$, que simplificada dividiendo por 3 es **$1/2$** .

Para «mayor que 4», los favorables son el 5 y el 6, o sea 2. La probabilidad es $2/6$, que simplificada dividiendo por 2 es **$1/3$** .

Ojo. «mayor que 4» no incluye al 4. Si se contara también el 4 habría tres casos favorables en vez de dos y la probabilidad saldría distinta.

45 En una bolsa hay 5 bolas rojas, 3 azules y 2 verdes, todas iguales al tacto. Se saca una sin mirar. ¿Qué probabilidad hay de que sea roja? ¿Y de que no sea azul?

Solución

Primero los casos posibles: en total hay $5 + 3 + 2 = 10$ bolas.

Para «roja», los favorables son 5. La probabilidad es $5/10$, que simplificada dividiendo por 5 es **$1/2$** .

Para «no azul» se cuentan las bolas que no son azules: las 5 rojas y las 2 verdes, o sea 7. La probabilidad es **$7/10$** .

Se comprueba por el otro camino: la probabilidad de que sea azul es $3/10$, y $1 - 3/10 = 7/10$, el mismo resultado.

Una ruleta está dividida en 8 sectores iguales numerados del 1 al 8. ¿Qué probabilidad hay de que salga un múltiplo de 3? ¿Y de que salga un número primo?

Solución

Los casos posibles son los 8 sectores, y todos tienen la misma posibilidad porque son iguales.

Múltiplos de 3 entre el 1 y el 8: el 3 y el 6, o sea 2 casos. La probabilidad es $\frac{2}{8}$, que simplificada dividiendo por 2 es $\frac{1}{4}$.

Números primos entre el 1 y el 8: el 2, el 3, el 5 y el 7, o sea 4 casos. La probabilidad es $\frac{4}{8}$, que simplificada dividiendo por 4 es $\frac{1}{2}$.

Ojo. Dos avisos, uno por apartado. En los múltiplos de 3, el 9 no entra porque la ruleta acaba en el 8. En los primos, el 1 no es primo, porque solo tiene un divisor: contarlos daría cinco casos favorables en vez de cuatro.