Ejercicios de Matemáticas Generales de 1.º de Bachillerato resueltos

48 ejercicios con la solución explicada paso a paso, y la teoría de los 12 temas que trae esta selección.

Lo que vas a practicar

Números, aproximación y notación científica · Redondear, el error que se comete y operar con potencias de 10 **(ejercicios 1, 2, 3, 4)**

Porcentajes, subidas y descuentos · Índices de variación y variaciones encadenadas **(ejercicios 5, 6, 7, 8)**

Matemática financiera: interés simple y compuesto · Capitalizar, despejar el capital y comparar dos ofertas **(ejercicios 9, 10, 11, 12)**

Proporcionalidad, escalas y repartos · Directa, inversa, escalas de plano y reparto proporcional **(ejercicios 13, 14, 15, 16)**

Álgebra: ecuaciones y sistemas · Plantear el problema y resolverlo, con la comprobación **(ejercicios 17, 18, 19, 20)**

Funciones: lineal, cuadrática y exponencial · Qué significa cada parámetro y cómo se ve en la gráfica **(ejercicios 21, 22, 23, 24)**

Interpretar gráficas y elegir el modelo · Leer una gráfica y decidir qué modelo ajusta unos datos **(ejercicios 25, 26, 27, 28)**

Estadística: centralización y dispersión · Media, mediana, moda, desviación típica y coeficiente de variación **(ejercicios 29, 30, 31, 32)**

Dos variables: correlación y regresión · Diagrama de dispersión, signo y fuerza, y la recta para predecir **(ejercicios 33, 34, 35, 36)**

Probabilidad: compuestos y tablas de contingencia · Con y sin reposición, condicionada y sucesos independientes **(ejercicios 37, 38, 39, 40)**

Geometría y medida: áreas, volúmenes y semejanza · Medir lo que no se puede medir directamente **(ejercicios 41, 42, 43, 44)**

Leer datos con criterio: gráficos que engañan · Ejes cortados, medias que esconden y porcentajes sin base **(ejercicios 45, 46, 47, 48)**

Material propio de solucionariomatematicas.es. Los enunciados y las soluciones están escritos por nosotros. La versión al día, con más ejercicios y de todos los cursos, está siempre en:

solucionariomatematicas.es

Qué entra y qué no. Entran los **doce temas** del índice, todos con ejercicios resueltos. Esta página es la de **Matemáticas Generales**, que es una materia **distinta** de las otras dos de 1.º: si tu asignatura es **Matemáticas I** (modalidad de Ciencias) o **Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales I** (modalidad de Humanidades y Ciencias Sociales), busca su página, porque **no es el mismo temario**. ▪ Aquí **no entran** la trigonometría, los vectores, la geometría analítica, los números complejos, los límites ni las derivadas: nada de eso es de esta materia. Y sí entran, con más peso que en las otras, la **lectura crítica de datos y de gráficos** y la **matemática financiera básica**. ⚠ De la financiera entran el interés simple y el compuesto; las rentas, la amortización de préstamos y el valor actual son de 2.º. De la probabilidad entran los experimentos compuestos, las tablas de contingencia y la condicionada; la distribución normal y el muestreo, no. Estos ejercicios no sustituyen al temario ni a los del libro.

Ejercicios de Matemáticas Generales de 1.º de Bachillerato resueltos

Números, aproximación y notación científica

Lo que hay que saber

Al **redondear** a dos decimales se mira la tercera cifra decimal: si es 5 o más, se sube la segunda; si es menor, se deja. **Truncar** es otra cosa: se corta y no se mira lo que viene detrás.

El **error absoluto** es |valor exacto − valor aproximado| y lleva las mismas unidades que el dato. El **error relativo** es ese error dividido entre el valor exacto; no tiene unidades y por eso es el único que permite comparar aproximaciones de magnitudes distintas.

La **notación científica** escribe el número como $a \cdot 10^n$ con $1 \le a < 10$. Al multiplicar se multiplican las mantisas y se **suman** los exponentes; al dividir se restan. ⚠ Si la mantisa del resultado se sale de [1, 10), hay que reajustarla moviendo el exponente.

1 Aproxima 2/3 por 0,67 y calcula el error absoluto y el error relativo. Di si 0,67 es un redondeo o un truncamiento.

Solución

2/3 = 0,6666… En el tercer decimal hay un 6, que es 5 o más, así que redondeando a dos decimales sale **0,67**. Truncando saldría 0,66, así que 0,67 es un **redondeo**.

Error absoluto: |0,6666… − 0,67| = **0,00333…**, que redondeado es ≈ 0,0033.

Error relativo: 0,00333… : 0,6666… = **0,005**, es decir un **0,5 %**.

> **Ojo.** El error relativo se divide entre el valor **exacto**, no entre el aproximado. Dividir entre 0,67 da 0,004975…, parecido pero distinto, y en un examen cuenta como error.

2 Opera y deja el resultado en notación científica: (a) $3{,}2 \cdot 10^8$ por $2{,}5 \cdot 10^{-3}$; (b) $4 \cdot 10^5$ por $5 \cdot 10^3$.

Solución

(a) Mantisas: 3,2 · 2,5 = 8. Exponentes: 8 + (−3) = 5. El 8 está entre 1 y 10, así que ya está: $\mathbf{8 \cdot 10^5}$.

(b) Mantisas: 4 · 5 = 20. Exponentes: 5 + 3 = 8. Queda $20 \cdot 10^8$, y el 20 **no** está en [1, 10): se escribe $20 = 2 \cdot 10^1$ y se suma ese 1 al exponente, así que el resultado es $\mathbf{2 \cdot 10^9}$.

> **Ojo.** El reajuste del apartado (b) es el paso que más se olvida. Un resultado como $20 \cdot 10^8$ es correcto de valor pero **no está** en notación científica, y la pregunta pedía notación científica.

3 La población de una ciudad es de 184 736 habitantes. Redondea a millares y a decenas de millar, y di qué error absoluto se comete en cada caso.

Solución

A **millares**: la cifra de las centenas es 7, así que se sube el millar: **185 000**. Error absoluto: |184 736 − 185 000| = **264** habitantes.

A **decenas de millar**: la cifra de los millares es 4, menor que 5, así que se deja: **180 000**. Error absoluto: |184 736 − 180 000| = **4 736** habitantes.

El segundo redondeo es mucho más grosero, y el error absoluto lo dice: 4 736 frente a 264.

> **Ojo.** Redondear a decenas de millar **no** es redondear dos veces. Si se redondea primero a millares (185 000) y luego a decenas de millar, saldría 190 000, que es distinto y está mal. Se redondea una sola vez, desde el número original.

4 Se mide una mesa y sale 1,80 m con un error absoluto de 1 cm, y una carretera que sale 12,4 km con un error absoluto de 50 m. ¿Cuál de las dos medidas es más precisa?

Solución

No se pueden comparar los errores absolutos: uno está en centímetros y el otro en metros, y además las magnitudes son de tamaños muy distintos. Hay que pasar al **error relativo**.

Mesa: 1 cm = 0,01 m, así que el relativo es 0,01 : 1,80 = 0,00555… ≈ **0,56 %**.

Carretera: 50 m = 0,05 km, así que el relativo es 0,05 : 12,4 = 0,004032… ≈ **0,40 %**.

La medida de la **carretera** es más precisa, aunque su error absoluto (50 m) sea cinco mil veces mayor que el de la mesa.

> **Ojo.** Este es justo el caso en que el error absoluto engaña. «50 metros de error» suena fatal y «1 centímetro» suena perfecto, y sin embargo la medida buena es la de los 50 metros.

Porcentajes, subidas y descuentos

Lo que hay que saber

Para subir un p % se multiplica por el **índice de variación** 1 + p/100; para bajarlo, por 1 − p/100. Subir un 20 % es multiplicar por 1,20 y bajar un 20 % es multiplicar por 0,80.

▪ Las variaciones encadenadas **no se suman**: se **multiplican** sus índices. Y por eso subir y bajar el mismo porcentaje no devuelve al punto de partida.

Para **deshacer** una variación se **divide** por su índice, no se aplica el porcentaje al revés.

La variación entre dos valores es (final − inicial) : inicial, por 100. ⚠ Y no es lo mismo un **punto porcentual** que un **por ciento**: subir del 10 % al 12 % es subir **dos puntos**, y también es subir **un 20 %**.

5 Un artículo de 250 € sube un 20 % en enero y baja un 20 % en marzo. ¿Cuánto cuesta al final? ¿Ha vuelto al precio de partida?

Solución

Subida: se multiplica por 1,20 → 250 · 1,20 = **300 €**.

Bajada: se multiplica por 0,80 → 300 · 0,80 = **240 €**.

No ha vuelto a 250: ha quedado en 240, cuatro euros por debajo. El índice total es 1,20 · 0,80 = **0,96**, o sea una bajada del 4 %.

> **Ojo.** La razón está en la base: el 20 % de la subida se calcula sobre 250 y el de la bajada sobre 300, que es más. Por eso el orden no importa (0,80 · 1,20 también da 0,96) pero el resultado nunca es el de partida.

---

6 Un abrigo está rebajado un 30 % y se paga por él 91 €. ¿Cuál era su precio antes de la rebaja?

Solución

El precio pagado es el original multiplicado por 0,70. Así que para volver atrás se **divide**: 91 : 0,70 = **130 €**.

Comprobación: el 30 % de 130 es 39, y 130 − 39 = 91. Cuadra.

> **Ojo.** ▪ El error clásico es sumarle el 30 % a los 91 €: 91 · 1,30 = 118,30 €, que no es el precio original. Sumar un 30 % no deshace una bajada del 30 %, porque se aplicaría sobre una base distinta.

---

7 El paro de un municipio pasa del 8 % al 10 %. Un titular dice «el paro sube dos puntos» y otro «el paro sube un 25 %». ¿Cuál de los dos está bien?

Solución

Los **dos** están bien, y dicen cosas distintas.

La diferencia 10 − 8 = 2 es la subida en **puntos porcentuales**.

La variación relativa es (10 − 8) : 8 = 0,25, es decir un **25 %**: el paro es una cuarta parte mayor que antes.

> **Ojo.** Mezclarlos es la confusión más aprovechada en prensa: «sube un 25 %» impresiona más que «sube dos puntos» y las dos frases describen el mismo dato. Al leer un porcentaje de un porcentaje, hay que preguntarse siempre **sobre qué base** está calculado.

---

8 Un portátil cuesta 600 € sin IVA. Se le aplica el IVA general del 21 % y después un descuento del 10 % sobre el total. ¿Cuánto se paga? ¿Sale lo mismo si se aplica primero el descuento y luego el IVA?

Solución

Con IVA: 600 · 1,21 = 726 €. Con el descuento: 726 · 0,90 = **653,40 €**.

Al revés: 600 · 0,90 = 540 €, y con IVA 540 · 1,21 = **653,40 €**.

Sale **lo mismo**, porque multiplicar por 1,21 y por 0,90 da igual en cualquier orden: el índice total es 1,21 · 0,90 = **1,089**.

> **Ojo.** El orden da igual cuando las dos operaciones son **porcentajes sobre el total**. Dejaría de dar igual si el descuento fuera de una cantidad fija (por ejemplo «10 € menos»), porque entonces ya no es un índice.

Matemática financiera: interés simple y compuesto

Lo que hay que saber

En el **interés simple** los intereses no generan intereses: el capital final es $C_f = C \cdot (1 + r \cdot t)$, con r el tanto por uno anual y t los años.

En el **interés compuesto** cada año los intereses se suman al capital y producen a su vez: $C_f = C \cdot (1 + r)^t$.

Para **despejar el capital inicial** se divide por el factor correspondiente. Y si el período no es anual, se divide el tanto entre el número de períodos del año y se multiplica el exponente por ese mismo número.

⚠ Comparar dos ofertas **no** se hace mirando el tanto por ciento: se calcula con cada una el capital final a la misma fecha y se comparan los dos resultados.

9 Se invierten 4 000 € al 3 % anual de interés SIMPLE durante 5 años. ¿Cuánto se tiene al final y cuántos intereses se han cobrado?

Solución

Con interés simple: $C_f = 4\,000 \cdot (1 + 0{,}03 \cdot 5) = 4\,000 \cdot 1{,}15 =$ **4 600 €**.

Intereses: 4 600 − 4 000 = **600 €**. Son 120 € cada año, iguales todos los años, porque siempre se calculan sobre los 4 000 iniciales.

> **Ojo.** En simple los intereses son una **línea recta**: la misma cantidad cada año. Si en un problema te salen intereses distintos cada año, no era simple.

10 Los mismos 4 000 € al 3 % anual, pero con interés COMPUESTO y 5 años. ¿Cuánto se tiene? ¿Cuánto más que con el simple del ejercicio anterior?

Solución

$C_f = 4\,000 \cdot 1{,}03^5$. Como $1{,}03^5 = 1{,}159274\ldots$, sale $4\,000 \cdot 1{,}159274\ldots =$ **≈ 4 637,10 €**.

Con el simple salían 4 600 €, así que el compuesto da **≈ 37,10 € más**.

La diferencia es pequeña en 5 años y con un 3 %, pero crece muy rápido con el tiempo: lo que crece no es el interés, es la **base** sobre la que se calcula.

> **Ojo.** ⚠ Los decimales intermedios importan. Si se redondea $1{,}03^5$ a 1,16 y se multiplica, sale 4 640 €, casi tres euros de más. Se redondea al final, no en medio.

11 ¿Qué capital hay que invertir hoy al 2 % anual compuesto para tener 10 000 € dentro de 8 años?

Solución

Se despeja C de $C \cdot 1{,}02^8 = 10\,000$, o sea $C = 10\,000 : 1{,}02^8$.

Como $1{,}02^8 = 1{,}171659\ldots$, sale $C = 10\,000 : 1{,}171659\ldots =$ **≈ 8 534,90 €**.

Comprobación: $8\,534{,}90 \cdot 1{,}02^8 \approx 10\,000{,}0$ €. Cuadra.

> **Ojo.** ▪ No es «quitarle el 2 % ocho veces» ni «quitarle el 16 %». Para deshacer un interés compuesto se **divide** por $(1 + r)^t$, igual que para deshacer un descuento se divide por su índice.

12 Un banco ofrece el 4 % anual simple a 3 años y otro el 3,8 % anual compuesto a 3 años. Con 2 000 €, ¿cuál conviene?

Solución

Oferta A (simple): $2\,000 \cdot (1 + 0{,}04 \cdot 3) = 2\,000 \cdot 1{,}12 =$ **2 240 €**.

Oferta B (compuesta): $2\,000 \cdot 1{,}038^3$. Como $1{,}038^3 = 1{,}118387\ldots$, sale **≈ 2 236,77 €**.

Conviene la **A**, por ≈ 3,23 €, aunque la B sea compuesta.

> **Ojo.** El interés compuesto no gana **siempre**: gana cuando hay tiempo suficiente para que la diferencia de base compense un tanto menor. Con más años, la B adelantaría a la A; comparar los porcentajes a secas no decide nada.

Proporcionalidad, escalas y repartos

Lo que hay que saber

Dos magnitudes son **directamente** proporcionales si al multiplicar una por un número la otra se multiplica por el mismo, e **inversamente** si al multiplicar una la otra se divide. Lo que decide no es el enunciado: es preguntarse qué le pasa a la segunda cuando la primera sube.

En la directa se multiplica en cruz; en la **inversa** se multiplican los de la misma fila y se divide por el que queda.

Una **escala** 1:N significa que 1 unidad del plano son N de la realidad. Del plano a la realidad se multiplica por N; de la realidad al plano se divide.

En un reparto **directamente** proporcional se divide el total entre la suma de las partes y se multiplica por cada una. En el **inversamente** proporcional se reparte proporcionalmente a los **inversos**, no a los números.

13 Seis operarios tardan 10 días en una obra. ¿Cuánto tardarían cuatro operarios, trabajando al mismo ritmo?

Solución

Más operarios, menos días: es **inversa**. Se multiplican los de la misma fila y se divide por el que queda: $(6 \cdot 10) : 4 =$ **15 días**.

Comprobación de sentido: con menos gente tiene que tardar **más**, y 15 > 10. Si hubiera salido menos de 10, el tipo estaría equivocado.

> **Ojo.** Si se hubiera hecho directa saldría $(10 \cdot 4) : 6 = 6{,}67$ días: menos operarios y menos tiempo, que es imposible. Esa comprobación de sentido caza el error sin saber la solución.

14 En un plano a escala 1:250, una pared mide 7,2 cm. ¿Cuánto mide en la realidad? Y una habitación que mide 5 m de largo, ¿cuánto mide en el plano?

Solución

Del plano a la realidad se multiplica: $7{,}2 \cdot 250 = 1\,800$ cm = **18 m**.

De la realidad al plano se divide: 5 m = 500 cm, y $500 : 250 =$ **2 cm**.

> **Ojo.** ⚠ Las unidades son la mitad del ejercicio. La escala no tiene unidades, así que lo que entra en centímetros sale en centímetros: 1 800 cm, y solo después se pasan a metros.

15 Tres socios aportan 3 000 €, 4 500 € y 7 500 € a un negocio que da 6 000 € de beneficio. Repártelo de forma directamente proporcional a lo aportado.

Solución

Total aportado: 3 000 + 4 500 + 7 500 = 15 000 €.

Beneficio por euro aportado: 6 000 : 15 000 = 0,40 €.

Reparto: 3 000 · 0,40 = **1 200 €**; 4 500 · 0,40 = **1 800 €**; 7 500 · 0,40 = **3 000 €**.

Comprobación: 1 200 + 1 800 + 3 000 = 6 000 €. Cuadra.

> **Ojo.** La comprobación de que las partes **suman el total** es obligatoria en todo reparto: es la que caza un error de cuenta sin tener que repetirla.

16 Un premio de 3 900 € se reparte entre tres personas de forma INVERSAMENTE proporcional al número de faltas que han tenido: 2, 3 y 6. ¿Cuánto le toca a cada una?

Solución

Inversamente proporcional a 2, 3 y 6 es directamente proporcional a sus inversos: 1/2, 1/3 y 1/6.

Se ponen con común denominador 6: 3/6, 2/6 y 1/6. Así que es un reparto directo proporcional a **3, 2 y 1**.

Suma de las partes: 3 + 2 + 1 = 6. Por parte: 3 900 : 6 = 650 €.

Reparto: 3 · 650 = **1 950 €**; 2 · 650 = **1 300 €**; 1 · 650 = **650 €**. Suman 3 900 €.

> **Ojo.** ▪ Lo que **no** se puede hacer es repartir proporcionalmente a 2, 3 y 6 y luego dar la vuelta al resultado: hay que pasar a los inversos **antes** de repartir. Y fíjate en que a quien tiene menos faltas le toca más, que es lo que pedía el enunciado.

Álgebra: ecuaciones y sistemas

Lo que hay que saber

En una ecuación de **primer grado** se quitan denominadores multiplicando todo por el mínimo común múltiplo, se agrupa la incógnita a un lado y se divide. ⚠ Al multiplicar por el m.c.m. hay que multiplicar **todos** los términos, también los que no tienen denominador.

En la de **segundo grado** $a{\cdot}x^2 + b{\cdot}x + c = 0$ se usa la fórmula con el discriminante $b^2 - 4ac$: positivo, dos soluciones; cero, una; negativo, ninguna real.

En un **problema** con dos datos desconocidos, lo que de verdad cuesta no es resolver: es **plantear**. Dos reglas que casi siempre funcionan: una incógnita por cada cosa que no se sabe, y una ecuación por cada frase que relaciona dos datos.

▪ Y la solución se **comprueba en el enunciado**, no solo en la ecuación: una solución puede cumplir la ecuación y no valer (una edad negativa, media persona, un precio imposible).

17 Resuelve: $x/3 + (x - 1)/4 = 2$.

Solución

El m.c.m. de 3 y 4 es 12. Multiplicando **todo** por 12: $4x + 3(x - 1) = 24$.

Se quita el paréntesis: $4x + 3x - 3 = 24$, o sea $7x = 27$.

Se divide: $x = 27/7 =$ **≈ 3,857**.

Comprobación con la fracción exacta: $(27/7)/3 = 9/7$ y $(27/7 - 1)/4 = (20/7)/4 = 5/7$. Y $9/7 + 5/7 = 14/7 = 2$. Cuadra.

> **Ojo.** El 2 de la derecha también se multiplica por 12 y se convierte en 24. Dejarlo en 2 es el error más repetido al quitar denominadores.

---

18 Un terreno rectangular tiene 3 m más de largo que de ancho y una superficie de 180 m². ¿Cuánto miden sus lados?

Solución

Si el ancho es x, el largo es $x + 3$, y el área es $x(x + 3) = 180$.

Queda $x^2 + 3x - 180 = 0$. Discriminante: $3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-180) = 9 + 720 = 729$, y $\sqrt{729} =$ **27**.

$x = (-3 \pm 27) : 2$, o sea $x = 12$ y $x = -15$.

La solución −15 **se descarta**: un ancho no puede ser negativo. Así que el ancho es **12 m** y el largo **15 m**.

Comprobación: $12 \cdot 15 = 180$ m², y 15 son 3 más que 12. Cuadra.

> **Ojo.** La ecuación tiene dos soluciones y el **problema** solo una. Dar las dos como respuesta es no haber leído el enunciado: eso es lo que se comprueba al volver a él.

---

19 En una taquilla se han vendido 200 entradas y se han recaudado 2 900 €. La entrada normal cuesta 18 € y la reducida 10 €. ¿Cuántas se han vendido de cada clase?

Solución

Se llama x a las normales e y a las reducidas. Dos frases, dos ecuaciones: $x + y = 200$ (entradas) y $18x + 10y = 2\,900$ (dinero).

Por sustitución, $y = 200 - x$: $18x + 10(200 - x) = 2\,900 \rightarrow 18x + 2\,000 - 10x = 2\,900 \rightarrow 8x = 900 \rightarrow x =$ **112,5**.

▪ Y aquí hay que pararse: **no se pueden vender 112,5 entradas**. Con estos datos el problema **no tiene solución válida**, aunque el sistema sí tenga solución.

Para que la tuviera, la recaudación tendría que ser un número que diera x entero: por ejemplo 2 896 € da $x = 112$ normales y 88 reducidas ($18 \cdot 112 + 10 \cdot 88 = 2\,016 + 880 = 2\,896$ €).

> **Ojo.** Que el sistema tenga solución no significa que el problema la tenga. Es el mismo aviso del ejercicio anterior por el otro lado: ahí sobraba una solución, aquí no sirve ninguna.

---

20 Para aprobar hace falta una media de 5 en tres exámenes que pesan igual. Alguien tiene un 4 y un 6. ¿Qué notas le valen en el tercero? Plantéalo como una inecuación.

Solución

Si la tercera nota es x, la media es (4 + 6 + x) : 3, y tiene que ser al menos 5: (10 + x) : 3 ≥ 5.

Se multiplica por 3: 10 + x ≥ 15, así que x ≥ **5**.

Le vale cualquier nota **a partir de 5**, y como las notas llegan hasta 10, el conjunto de notas que le sirven es el intervalo **[5, 10]**.

> **Ojo.** ⚠ Al multiplicar o dividir una inecuación por un número **negativo** hay que dar la vuelta al signo. Aquí se multiplica por 3, que es positivo, y no se cambia; pero es el fallo que más se repite en inecuaciones.

Funciones: lineal, cuadrática y exponencial

Lo que hay que saber

En la **lineal** y = m·x + n, la **pendiente** m es lo que cambia y por cada unidad que avanza x, y la **n** es el valor de partida (lo que vale y cuando x = 0). En un problema de tarifas, n es la cuota fija y m el precio por unidad.

En la **cuadrática** y = a·x² + b·x + c, el signo de **a** decide si hay máximo o mínimo: con a < 0 la parábola abre hacia abajo y hay **máximo**; con a > 0 abre hacia arriba y hay **mínimo**. Está en x = −b : 2a.

En la **exponencial** y = C · a^x, lo que se multiplica cada vez es **a**: con a > 1 crece y con 0 < a < 1 decrece. C es el valor inicial.

⚠ La diferencia práctica entre lineal y exponencial: en la lineal se **suma** siempre lo mismo y en la exponencial se **multiplica** siempre por lo mismo. Esa es la pregunta que decide ante una tabla de datos.

21 Una compañía cobra 12 € de cuota fija al mes más 0,05 € por minuto hablado. Escribe la función del gasto, calcula el gasto con 300 minutos y di cuántos minutos se pueden hablar con 20 €.

Solución

Función: **G(t) = 12 + 0,05·t**, con t en minutos. La cuota fija es la n y el precio por minuto es la pendiente m.

Con 300 minutos: G(300) = 12 + 0,05 · 300 = 12 + 15 = **27 €**.

Con 20 €: 20 = 12 + 0,05t → 0,05t = 8 → t = **160 minutos**.

> **Ojo.** La pendiente 0,05 son **euros por minuto**: las unidades de la pendiente siempre son «las de y partido por las de x». Comprobarlas es la forma más rápida de ver si se ha montado bien la función.

22 Los ingresos de un puesto de helados, según el precio x del helado en euros, siguen $I(x) = -200x^2 + 1\,200x$. ¿A qué precio se gana más y cuánto se ingresa?

Solución

El coeficiente $a = -200$ es **negativo**, así que la parábola abre hacia abajo y hay **máximo**.

El máximo está en $x = -b : 2a = -1\,200 : (2 \cdot (-200)) = -1\,200 : (-400) =$ **3 €**.

Ingreso: $I(3) = -200 \cdot 9 + 1\,200 \cdot 3 = -1\,800 + 3\,600 =$ **1 800 €**.

> **Ojo.** ⚠ Subir el precio no sube siempre los ingresos, y esa es la idea del ejercicio: a 4 € los ingresos serían $-200 \cdot 16 + 4\,800 = 1\,600$ €, menos que a 3 €, porque se venden menos helados.

---

23 Una población de bacterias empieza con 500 y se multiplica por 1,8 cada hora. Escribe la función, calcula cuántas hay a las 4 horas y di si el crecimiento es lineal o exponencial.

Solución

Cada hora se **multiplica** por lo mismo, así que es **exponencial**: $N(t) =$ **$500 \cdot 1{,}8^t$**.

A las 4 horas: $1{,}8^4 = 10{,}4976$, así que $N(4) = 500 \cdot 10{,}4976 =$ **≈ 5 249 bacterias**.

Si fuera lineal crecería siempre la misma cantidad; aquí la primera hora crece 400 (de 500 a 900) y la cuarta crece ≈ 2 333 (de ≈ 2 916 a ≈ 5 249).

> **Ojo.** Que los números sean grandes no lo convierte en exponencial, y que sean pequeños no lo convierte en lineal. Lo que decide es si entre dos valores seguidos se **suma** lo mismo o se **multiplica** por lo mismo.

---

24 Dos ofertas de ahorro: A suma 100 € cada año a partir de 1 000 €, y B multiplica por 1,07 cada año a partir de 1 000 €. ¿Cuál da más a los 5 años? ¿Y a los 15?

Solución

A es lineal: $A(t) = 1\,000 + 100t$. B es exponencial: $B(t) = 1\,000 \cdot 1{,}07^t$.

A los 5 años: $A(5) =$ **1 500 €**; $B(5) = 1\,000 \cdot 1{,}402551\ldots =$ **≈ 1 402,55 €**. Gana **A**.

A los 15 años: $A(15) =$ **2 500 €**; $B(15) = 1\,000 \cdot 2{,}759031\ldots =$ **≈ 2 759,03 €**. Gana **B**.

La exponencial empieza por debajo y acaba por encima: lo importante no es cuál crece más rápido hoy, sino **cuándo** se cruzan.

> **Ojo.** ▪ Una exponencial creciente siempre acaba superando a cualquier lineal, por mucha pendiente que tenga la lineal. Pero «siempre acaba» puede ser dentro de mucho tiempo, y en un problema con plazo concreto eso decide la respuesta.

Interpretar gráficas y elegir el modelo

Lo que hay que saber

Ante una **tabla de datos**, la pregunta que decide el modelo es una: ¿de un valor al siguiente se **suma** siempre lo mismo (lineal) o se **multiplica** siempre por lo mismo (exponencial)? Se calculan las diferencias y las razones y se mira cuál sale constante.

Con dos puntos basta para montar una recta: la pendiente es $m = (y_2 - y_1) : (x_2 - x_1)$, y la n se saca sustituyendo uno de los dos puntos.

Interpolar es estimar dentro del rango de los datos; **extrapolar** es estimar fuera. ⚠ Interpolar es razonablemente fiable; extrapolar **no**, porque supone que el modelo sigue valiendo donde no se ha medido nada.

Y una lectura que no es matemática pero decide: un modelo puede ajustar muy bien los datos y ser **absurdo** fuera de su rango (una recta de crecimiento que predice una altura de tres metros a los 40 años).

25 Decide si estos datos son lineales o exponenciales y escribe su función: x = 0, 1, 2, 3 e y = 200, 240, 288, 345,6.

Solución

Diferencias: 240 − 200 = 40; 288 − 240 = 48; 345,6 − 288 = 57,6. **No** son constantes, así que no es lineal.

Razones: 240 : 200 = 1,2; 288 : 240 = 1,2; 345,6 : 288 = 1,2. **Constantes**: es **exponencial** de razón 1,2.

El valor inicial es y(0) = 200, así que la función es $\mathbf{y = 200 \cdot 1{,}2^x}$.

> **Ojo.** Las diferencias crecían (40, 48, 57,6) y eso ya era la pista: en una exponencial creciente, lo que crece no es solo y, también crece **cuánto** crece.

---

26 Una empresa factura 150 000 € en 2020 y 198 000 € en 2024, y crece de forma lineal. Monta la recta, estima la facturación de 2022 y la de 2035, y di de qué estimación te fiarías.

Solución

Se toma x = años desde 2020. Dos puntos: (0, 150 000) y (4, 198 000).

Pendiente: (198 000 − 150 000) : (4 − 0) = 48 000 : 4 = **12 000 € por año**. Y n = 150 000. Así que F(x) = **150 000 + 12 000x**.

2022 es x = 2: F(2) = 150 000 + 24 000 = **174 000 €**. Es una **interpolación** (está entre los dos datos).

2035 es x = 15: F(15) = 150 000 + 180 000 = **330 000 €**. Es una **extrapolación** a once años del último dato.

De la primera se puede fiar bastante; de la segunda, **no**: supone que la empresa crece exactamente igual durante once años más, y nada de los datos dice eso.

> **Ojo.** El modelo no sabe nada del mundo: no sabe que puede haber una crisis, un competidor o un techo de mercado. Extrapolar es prestarle al modelo una autoridad que no tiene.

---

27 Un depósito pierde agua. A las 0, 2, 4 y 6 horas tiene 800, 700, 600 y 500 litros. ¿Cuándo se quedará vacío según el modelo? ¿Tiene sentido la respuesta?

Solución

Diferencias cada 2 horas: −100 litros, constantes, así que es **lineal**: V(t) = 800 − 50t, con t en horas (50 litros por hora).

Vacío es V(t) = 0: 800 − 50t = 0 → t = **16 horas**.

Tiene sentido **hasta ahí**: a las 16 horas el modelo da 0, y de 0 no se puede bajar. ▪ Para t > 16 el modelo da litros **negativos** (a las 20 horas, −200 litros), que no significan nada.

> **Ojo.** Un modelo tiene un **rango de validez**, y aquí se ve con los ojos: la recta sigue bajando para siempre pero el depósito se para en 0. Decir hasta dónde vale el modelo es parte de la respuesta.

28 Dos modelos ajustan los mismos datos: uno dice que las ventas crecen 500 unidades al año y otro que crecen un 8 % al año. Si hoy se venden 6 000, ¿en qué año se diferencian más y por qué no se puede contestar sin decir el plazo?

Solución

Lineal: V(t) = 6 000 + 500t. Exponencial: V(t) = 6 000 · $1{,}08^t$.

A 1 año: 6 500 frente a 6 480 (≈ 20 de diferencia). A 5 años: 8 500 frente a 6 000 · 1,469328… = ≈ 8 815,97 (≈ 316 a favor de la exponencial).

A 10 años: 11 000 frente a 6 000 · 2,158925… = ≈ 12 953,55 (≈ 1 954 de diferencia).

La diferencia **crece con el plazo** y no tiene un máximo: por eso la pregunta «¿en qué año se diferencian más?» no tiene respuesta sin un plazo. Con los años, la exponencial se separa todo lo que se quiera.

> **Ojo.** Es la trampa de las dos afirmaciones que suenan parecidas: «500 al año» y «un 8 % al año» se parecen hoy (500 frente a 480) y no se parecen en nada a diez años. Un porcentaje de crecimiento **no** es una cantidad fija.

Estadística: centralización y dispersión

Lo que hay que saber

La **media** se suma y se divide; la **mediana** es el valor central *con los datos ORDENADOS* (si son pares, la media de los dos centrales); la **moda** es el que más se repite, puede haber varias y puede no haber ninguna.

La **desviación típica** σ mide cuánto se separan los datos de su media. Con una tabla de frecuencias sale de $\sigma^2 = (\Sigma f \cdot x^2) : n -$ media de x^2, y σ es su raíz.

El **coeficiente de variación** es CV = σ : media de x, en tanto por ciento. Es lo único que permite comparar la dispersión de dos conjuntos con medias distintas, porque no tiene unidades.

⚠ La media es **sensible a los valores extremos** y la mediana no. Cuando hay un dato muy alejado, la media deja de representar al conjunto y la mediana lo representa mejor.

29 Calcula la media, la mediana y la moda de: 6, 4, 7, 9, 7, 5, 8.

Solución

Media: (6 + 4 + 7 + 9 + 7 + 5 + 8) : 7 = 46 : 7 = **≈ 6,57**.

Para la mediana, primero se **ordenan**: 4, 5, 6, 7, 7, 8, 9. Son 7 datos (impares), así que la mediana es el cuarto: **7**.

Moda: el 7 aparece dos veces y los demás una, así que la moda es **7**.

> **Ojo.** Ordenar no es opcional: sin ordenar, el cuarto dato de la lista original es el 9 y la mediana saldría mal. Es el paso que más se olvida de toda la estadística descriptiva.

---

30 Una tabla recoge el número de hermanos de 20 alumnos: 0 hermanos, 2 alumnos; 1 hermano, 5 alumnos; 2 hermanos, 8 alumnos; 3 hermanos, 3 alumnos; 4 hermanos, 2 alumnos. Calcula la media y la desviación típica.

Solución

$\Sigma f \cdot x = 0 \cdot 2 + 1 \cdot 5 + 2 \cdot 8 + 3 \cdot 3 + 4 \cdot 2 = 0 + 5 + 16 + 9 + 8 = 38$. Media: 38 : 20 = **1,9 hermanos**.

$\Sigma f \cdot x^2 = 0 \cdot 2 + 1 \cdot 5 + 4 \cdot 8 + 9 \cdot 3 + 16 \cdot 2 = 0 + 5 + 32 + 27 + 32 = 96$.

$\sigma^2 = 96 : 20 - 1{,}9^2 = 4{,}8 - 3{,}61 =$ **1,19**, y $\sigma = \sqrt{1{,}19} =$ **≈ 1,09 hermanos**.

> **Ojo.** En $\Sigma f \cdot x^2$ se eleva al cuadrado la **x**, no el producto $f \cdot x$. Confundirlo es el error de cuenta más repetido en estas tablas, y se nota porque la varianza sale enorme.

---

31 En un examen, el grupo A tiene media 7 y desviación típica 1,4, y el grupo B media 5 y desviación típica 1,25. ¿En qué grupo están las notas más repartidas?

Solución

No se puede responder comparando 1,4 con 1,25: las medias son distintas, y la misma desviación significa cosas distintas sobre un 7 que sobre un 5. Hay que usar el **coeficiente de variación**.

Grupo A: CV = 1,4 : 7 = 0,20 = **20 %**.

Grupo B: CV = 1,25 : 5 = 0,25 = **25 %**.

Las notas están más repartidas en el **grupo B**, aunque su desviación típica sea menor que la del A.

> **Ojo.** Es el mismo razonamiento del error relativo del ejercicio 4: cuando las magnitudes no son comparables, hay que dividir por el tamaño de lo que se mide.

---

32 Los sueldos mensuales de una empresa de 5 personas son 1 200, 1 250, 1 300, 1 350 y 9 000 €. Calcula la media y la mediana, y di cuál describe mejor lo que gana la plantilla.

Solución

Media: (1 200 + 1 250 + 1 300 + 1 350 + 9 000) : 5 = 14 100 : 5 = **2 820 €**.

Mediana (ya están ordenados, 5 datos): el tercero, **1 300 €**.

La **mediana** describe mucho mejor la plantilla: la media de 2 820 € es **mayor que cuatro de los cinco sueldos**, así que no representa a casi nadie.

> **Ojo.** ⚠ Por eso en los informes de salarios se publica la mediana. Un titular con la media «el sueldo medio de la empresa es de 2 820 €» es cierto y engaña, que es exactamente el tema del último bloque de esta página.

Dos variables: correlación y regresión

Lo que hay que saber

El **diagrama de dispersión** coloca un punto por cada par de datos. Si la nube sube, la correlación es **positiva**; si baja, **negativa**; si no hay forma, no hay correlación lineal.

El **coeficiente de correlación** r va de −1 a 1. Su **signo** dice el sentido y su **valor absoluto** la fuerza: cerca de 1 o de −1, los puntos casi están en una recta; cerca de 0, la recta no sirve para predecir.

La **recta de regresión** de y sobre x es y − media de y = m(x − media de x), con $m = S_{xy} : S_x^2$, donde $S_{xy} = (\Sigma xy) : n$ − media de x·media de y y $S_x^2 = (\Sigma x^2) : n$ − media de x^2.

▪ Y lo que no dice la recta: **correlación no es causalidad**. Dos variables pueden subir juntas porque una causa la otra, porque las dos dependen de una tercera, o por pura coincidencia. Los números no distinguen los tres casos; hay que saber de qué van los datos.

33 Mira estos pares de datos y di, sin calcular nada, el signo y la fuerza aproximada de la correlación: horas de estudio (1, 2, 3, 4, 5) y nota (3, 4, 5, 7, 8).

Solución

Al crecer las horas crece la nota **en todos los pasos** (3 → 4 → 5 → 7 → 8), así que la correlación es **positiva**.

Los aumentos son 1, 1, 2, 1: muy regulares. Los puntos están casi alineados, así que la correlación es **fuerte**, con r cerca de 1.

> **Ojo.** «Fuerte» describe lo bien que los puntos se ajustan a una recta, **no** lo inclinada que está. Una nube muy poco inclinada puede tener r = 0,99 si está muy alineada.

---

34 Con los datos x = 1, 2, 3, 4 e y = 2, 3, 5, 6, calcula la recta de regresión de y sobre x y predice y para x = 5.

Solución

Medias: media de x = (1 + 2 + 3 + 4) : 4 = **2,5**; media de y = (2 + 3 + 5 + 6) : 4 = **4**.

$\Sigma xy = 1\cdot2 + 2\cdot3 + 3\cdot5 + 4\cdot6 = 2 + 6 + 15 + 24 = 47$, así que $S_{xy} = 47 : 4 - 2{,}5 \cdot 4 = 11{,}75 - 10 =$ **1,75**.

$\Sigma x^2 = 1 + 4 + 9 + 16 = 30$, así que $S_x^2 = 30 : 4 - 2{,}5^2 = 7{,}5 - 6{,}25 =$ **1,25**.

Pendiente: m = 1,75 : 1,25 = **1,4**. Y la recta: y − 4 = 1,4(x − 2,5), que ordenada queda **y = 1,4x + 0,5**.

Predicción: y(5) = 1,4 · 5 + 0,5 = **7,5**.

> **Ojo.** ⚠ La predicción para x = 5 es una **extrapolación**: los datos solo llegan hasta x = 4. Es razonable porque se sale muy poco del rango, pero cuanto más lejos, menos vale.

---

35 Un estudio encuentra que los municipios con más heladerías tienen más casos de insolación. ¿Puede concluirse que las heladerías causan insolaciones? ¿Qué explicación hay?

Solución

No. Hay correlación positiva, pero eso no dice nada sobre la causa.

La explicación razonable es una **tercera variable**: el **calor**. Cuando hace calor se abren más heladerías *y* hay más insolaciones, así que las dos suben juntas sin que una cause la otra.

Lo que haría falta para hablar de causa es un experimento o un control de esa tercera variable; con solo los dos datos no se puede.

> **Ojo.** Esta confusión no es una curiosidad de examen: es la base de la mayoría de los titulares con datos. Cuando alguien enseña una correlación y concluye una causa, lo primero que hay que buscar es la variable que no está en el gráfico.

36 En un estudio sale r = 0,2 entre dos variables y alguien usa la recta de regresión para predecir. ¿Es buena idea? ¿Y si r fuera −0,95?

Solución

Con r = 0,2 la nube de puntos está muy dispersa: la recta existe (siempre se puede calcular) pero **predice mal**, porque los puntos reales se separan mucho de ella.

Con r = −0,95 los puntos están casi en una recta, así que la predicción es **fiable**. El signo negativo solo dice que cuando una variable sube la otra baja; no quita fiabilidad.

Así que lo que decide si se puede predecir es el **valor absoluto** de r, no su signo.

> **Ojo.** ▪ Que un programa te dé la recta no significa que la recta sirva. La recta de regresión se puede calcular con cualquier nube de puntos, incluso con una sin ninguna relación: el cálculo nunca se niega, así que la decisión es tuya.

Probabilidad: compuestos y tablas de contingencia

Lo que hay que saber

En un experimento **compuesto** se multiplican las probabilidades de cada paso. Lo que cambia todo es si hay **reposición**: sin reposición, el segundo paso tiene un elemento menos arriba y abajo.

En una **tabla de contingencia**, la probabilidad **conjunta** es la casilla entre el total; la **marginal**, el total de una fila o columna entre el total; y la **condicionada** P(A|B) es la casilla entre el total **de B**, no entre el total general.

Dos sucesos son **independientes** si P(A y B) = P(A) · P(B). ⚠ Es una comprobación con números, no una intuición: «no tienen nada que ver» no es una demostración.

Para «**al menos uno**» casi siempre sale más corto el contrario: P(al menos uno) = 1 − P(ninguno).

37 Una urna tiene 5 bolas rojas y 3 azules. Se sacan dos sin reposición. ¿Cuál es la probabilidad de que las dos sean rojas? ¿Y si hubiera reposición?

Solución

Sin reposición: la primera roja tiene probabilidad 5/8. Quedan 7 bolas y 4 rojas, así que la segunda es 4/7. Producto: 5/8 · 4/7 = 20/56 = **5/14 ≈ 0,357**.

Con reposición: la urna vuelve a estar igual, así que es 5/8 · 5/8 = 25/64 = **≈ 0,391**.

Con reposición sale **mayor**, y tiene sentido: al devolver la bola roja, la segunda extracción sigue teniendo la proporción original de rojas.

> **Ojo.** El cambio del denominador (de 8 a 7) es justo lo que se olvida. Si en un problema sin reposición te sale el mismo denominador dos veces, lo has resuelto con reposición.

---

38 De 100 personas, 40 son hombres y 60 mujeres. Tienen carnet de conducir 25 hombres y 30 mujeres. Calcula P(carnet), P(carnet | hombre) y P(hombre | carnet), y di si tener carnet es independiente del sexo.

Solución

Con carnet hay 25 + 30 = 55, así que P(carnet) = 55/100 = **0,55**.

P(carnet | hombre): de los **40 hombres**, 25 tienen carnet → 25/40 = **0,625**.

P(hombre | carnet): de los **55 con carnet**, 25 son hombres → 25/55 = **≈ 0,455**.

Independencia: P(hombre y carnet) = 25/100 = 0,25, mientras que P(hombre) · P(carnet) = 0,40 · 0,55 = 0,22. Como **0,25 ≠ 0,22**, **no** son independientes.

> **Ojo.** ⚠ P(carnet | hombre) = 0,625 y P(hombre | carnet) ≈ 0,455 son dos números distintos y confundirlos es el error más grave de este tema: lo que cambia es **entre qué total se divide**.

---

39 Se lanza un dado dos veces. ¿Son independientes los sucesos «la primera tirada es un 6» y «la segunda tirada es un 6»? Demuéstralo con números.

Solución

P(primera 6) = 1/6 y P(segunda 6) = 1/6.

P(las dos 6) = 1/36, porque de los 36 resultados posibles solo uno es (6, 6).

Y P(primera) · P(segunda) = 1/6 · 1/6 = 1/36. Como **coinciden**, los dos sucesos **son independientes**.

> **Ojo.** El dado «no tiene memoria», y esa es la frase que todo el mundo repite; pero lo que lo demuestra es la igualdad de los dos números, no la frase. En el ejercicio anterior la intuición decía lo mismo y los números decían que NO eran independientes.

---

40 Se lanza un dado tres veces. ¿Cuál es la probabilidad de sacar al menos un 6?

Solución

Por el camino directo habría que sumar los casos de uno, dos y tres seises: largo y fácil de equivocar. Se hace por el **contrario**.

P(ningún 6) = $(5/6)^3$ = 125/216.

P(al menos un 6) = 1 − 125/216 = **91/216 ≈ 0,421**.

> **Ojo.** ▪ Y lo que **no** vale: sumar 1/6 + 1/6 + 1/6 = 1/2. Las probabilidades de sucesos que pueden pasar a la vez no se suman, y si se hiciera con seis tiradas daría 1, o sea «seguro», que es evidentemente falso.

Geometría y medida: áreas, volúmenes y semejanza

Lo que hay que saber

Dos figuras son **semejantes** si tienen la misma forma y sus lados son proporcionales. La **razón de semejanza** k es el cociente entre lados correspondientes, y permite medir lo que no se puede medir directamente.

▪ Si los lados se multiplican por k, las **áreas** se multiplican por $\mathbf{k^2}$ y los **volúmenes** por $\mathbf{k^3}$. Es el error de escala más repetido: duplicar los lados no duplica el área, la cuadruplica.

El **teorema de Pitágoras** ($a^2 + b^2 = c^2$, con c la hipotenusa) solo vale en triángulos **rectángulos**, y sirve para sacar diagonales y alturas.

⚠ En los volúmenes, las unidades son la mitad del ejercicio: 1 dm^3 = 1 litro, y 1 000 cm^3 = 1 dm^3. Un resultado en cm^3 no se pasa a litros dividiendo por 100.

41 Una persona de 1,70 m proyecta una sombra de 2,50 m a la misma hora en que un árbol proyecta una sombra de 12 m. ¿Cuánto mide el árbol?

Solución

Los rayos del sol llegan con el mismo ángulo, así que los dos triángulos (altura y sombra) son **semejantes** y sus lados son proporcionales.

Altura : sombra es constante: 1,70 : 2,50 = h : 12.

Despejando: h = (1,70 · 12) : 2,50 = 20,4 : 2,50 = **8,16 m**.

> **Ojo.** Que sea «a la misma hora» no es un adorno del enunciado: es la condición que hace semejantes los dos triángulos. Con sombras medidas a horas distintas el ejercicio no se puede hacer.

42 Una escalera de 5 m se apoya en una pared con el pie a 3 m de ella. ¿A qué altura llega? Si se separa el pie hasta 4 m, ¿cuánto baja la escalera?

Solución

La escalera, la pared y el suelo forman un triángulo rectángulo con la escalera de hipotenusa: $3^2 + h^2 = 5^2 \rightarrow h^2 = 25 - 9 = 16 \rightarrow h =$ **4 m**.

Con el pie a 4 m: $4^2 + h^2 = 25 \rightarrow h^2 = 9 \rightarrow h =$ **3 m**.

Así que la escalera baja **1 m** (de 4 m a 3 m) al separar el pie un metro.

> **Ojo.** ⚠ Separar el pie 1 m hace bajar la escalera 1 m **en este caso concreto**, por los números elegidos (3-4-5 funciona en los dos sentidos). No es una regla: si el pie pasara de 0 a 1 m, la altura bajaría de 5 m a ≈ 4,90 m, solo 10 cm.

---

43 Un depósito cilíndrico tiene 30 cm de radio y 80 cm de altura. ¿Cuántos litros caben?

Solución

Volumen del cilindro: $V = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot 30^2 \cdot 80 = \pi \cdot 900 \cdot 80 =$ **72 000π cm³**.

En decimales: 72 000 · 3,141592… = **≈ 226 194,67 cm³**.

Se pasa a litros: 1 litro = 1 dm³ = 1 000 cm³, así que 226 194,67 : 1 000 = **≈ 226,19 litros**.

> **Ojo.** ▪ El paso de cm³ a litros es dividir entre **1 000**, no entre 100 ni entre 10. Al pasar de centímetros a decímetros el factor 10 se aplica **tres** veces, una por dimensión.

---

44 Una maqueta está hecha a escala 1:2 de un cubo de 20 cm de arista. Compara la arista, la superficie total y el volumen del cubo real y de la maqueta.

Solución

La maqueta tiene la arista **la mitad**: 10 cm. La razón es k = 1/2.

Superficie del cubo real: $6 \cdot 20^2 =$ **2 400 cm²**. De la maqueta: $6 \cdot 10^2 =$ **600 cm²**. La razón es 600 : 2 400 = 1/4 = **k²**.

Volumen real: $20^3 =$ **8 000 cm³**. De la maqueta: $10^3 =$ **1 000 cm³**. La razón es 1 000 : 8 000 = 1/8 = **k³**.

Así que al reducir los lados a la mitad, la superficie queda en la cuarta parte y el volumen en la octava.

> **Ojo.** Esto explica por qué una maqueta «a mitad de tamaño» pesa ocho veces menos y no dos: el peso va con el volumen. Es la misma razón por la que los animales grandes no son animales pequeños agrandados.

Leer datos con criterio: gráficos que engañan

Lo que hay que saber

Un **eje cortado** (que no empieza en 0) exagera las diferencias: la misma subida del 2 % parece enorme si el eje va de 98 a 102. ⚠ No es ilegal ni siempre tramposo, pero hay que verlo antes de impresionarse.

Un **porcentaje sin su base** no significa nada: «los casos han subido un 100 %» puede ser de 1 a 2. Siempre hay que preguntar **sobre cuántos**.

Una **media** puede esconder el conjunto entero cuando hay valores extremos o cuando se hace la **media de medias** sin tener en cuenta cuánta gente hay en cada grupo.

Y una **muestra** solo vale si representa a la población. Una encuesta contestada solo por quien quiso contestar no mide a la población: mide a quien quiso contestar.

45 Dos gráficos muestran las mismas ventas de un producto: 101, 102 y 104 unidades en tres meses. El primero tiene el eje de 0 a 110 y el segundo de 100 a 105. ¿Qué subida real ha habido y por qué parecen distintos?

Solución

La subida real es de 101 a 104, o sea 3 unidades: (104 − 101) : 101 = 0,0297 = **≈ 3 %**.

En el eje de 0 a 110, las tres barras son casi iguales (101, 102 y 104 de 110): se ve lo que hay, una subida pequeña.

En el eje de 100 a 105, la primera barra ocupa 1 de 5 y la última 4 de 5: la última parece **cuatro veces** la primera. Y no lo es: es un 3 % mayor.

> **Ojo.** El segundo gráfico no tiene ni un dato falso: los tres valores son correctos. Lo que engaña es el **eje**, y por eso lo primero que hay que mirar en cualquier gráfico de barras es dónde empieza.

46 Un titular dice: «los robos han aumentado un 150 % en el pueblo». Al buscar los datos, resulta que el año pasado hubo 2 y este año 5. ¿Es falso el titular? ¿Qué le falta?

Solución

El titular es **cierto**: (5 − 2) : 2 = 1,5, o sea un **150 %**.

Lo que le falta es la **base**: con números tan pequeños, un porcentaje enorme puede ser un cambio de tres casos, y en un pueblo eso puede ser casualidad de un año.

La forma honrada de contarlo sería dar las dos cifras: «de 2 a 5 robos».

> **Ojo.** ⚠ Cuanto más pequeña es la base, más grandes son los porcentajes y menos significan. Es la razón por la que los porcentajes de variación de poblaciones pequeñas no se publican sin los valores absolutos al lado.

47 En un centro, el grupo A tiene 10 alumnos con una media de 8 y el grupo B tiene 30 alumnos con una media de 6. ¿Cuál es la media del centro? Alguien dice que es 7: ¿por qué se equivoca?

Solución

La media de medias (8 + 6) : 2 = 7 **no** vale, porque los dos grupos no tienen el mismo número de alumnos.

Hay que volver a las sumas: el grupo A suma 10 · 8 = 80 puntos y el B suma 30 · 6 = 180. En total 260 puntos entre 40 alumnos.

Media del centro: 260 : 40 = **6,5**.

Sale más cerca del 6 que del 8 porque hay **tres veces más alumnos** en el grupo que tiene un 6.

> **Ojo.** Es una **media ponderada**, y el peso es el número de alumnos. El error de promediar promedios aparece en todas partes: en notas, en precios por comunidad y en cualquier dato que venga ya agregado por grupos de distinto tamaño.

---

48 Una web pone una encuesta en su portada: «¿usas nuestra app?». Contestan 1 000 personas y el 92 % dice que sí. El titular es: «el 92 % de la gente usa nuestra app». ¿Qué está mal?

Solución

La muestra **no representa** a «la gente»: solo han podido contestar quienes entraron en la web, y contestan sobre todo quienes la usan y tienen algo que decir.

Lo que mide esa encuesta es: de los visitantes de la web que decidieron contestar, el 92 % usa la app. Eso puede ser cierto y no dice **nada** sobre la población general.

Que hayan contestado 1 000 no lo arregla: el problema no es el **tamaño** de la muestra, es cómo se ha elegido. Mil personas mal elegidas miden peor que cien bien elegidas.

> **Ojo.** ▪ Esto se llama sesgo de autoselección, y es el que más aparece en encuestas de internet. La pregunta que lo caza es siempre la misma: **¿quién ha tenido la oportunidad de contestar, y quién ha querido?**
