

Polinomios: ejercicios de matemáticas resueltos paso a paso

27 ejercicios con la solución explicada paso a paso, y la teoría de los 6 temas que trae esta selección.

Material propio de solucionariomatematicas.es. Los enunciados y las soluciones están escritos por nosotros. La versión al día, con más ejercicios y de todos los cursos, está siempre en:

solucionariomatematicas.es

Polinomios: ejercicios de matemáticas resueltos paso a paso

Valor numérico de un polinomio

Lo que hay que saber

Se sustituye la x por el número y se opera. ⚠ Cuidado con los signos al elevar un número negativo: $(-1)^2 = +1$ pero $(-1)^3 = -1$.

- 1 Halla el valor numérico de $P(x) = x^2 - 3x + 5$ en $x = 2$.

Solución

El valor numérico es lo que sale al sustituir la x por el número.

$$P(2) = 2^2 - 3 \cdot 2 + 5 = 4 - 6 + 5 = 3.$$

- 2 Halla el valor numérico de $P(x) = 2x^3 - x + 4$ en $x = -1$.

Solución

El valor numérico es lo que sale al sustituir la x por el número.

$$P(-1) = 2 \cdot (-1)^3 - (-1) + 4 = -2 + 1 + 4. \triangle \text{ Cuidado con los signos al elevar un número negativo: } (-1)^3 = -1, \text{ pero } (-1)^2 = +1 = 3.$$

- 3 Halla el valor numérico de $P(x) = x^3 - 4x^2$ en $x = 4$.

Solución

El valor numérico es lo que sale al sustituir la x por el número.

$$P(4) = 64 - 4 \cdot 16 = 64 - 64 = 0.$$

- 4 Halla el valor numérico de $P(x) = 5 - x^2$ en $x = 3$.

Solución

El valor numérico es lo que sale al sustituir la x por el número.

$$P(3) = 5 - 9 = -4.$$

Suma y resta de polinomios

Lo que hay que saber

Solo se suman los términos **semejantes**. ⚠ Un menos delante de un paréntesis cambia el signo de todo lo de dentro: es el fallo más repetido.

- 5 Opera: $(3x^2 + 2x - 1) + (x^2 - 5x + 4)$.

Solución

Se suman los términos **semejantes**, los que tienen la misma x con el mismo exponente: $3x^2 + x^2 = 4x^2$; $2x - 5x = -3x$; $-1 + 4 = 3$.

El resultado es $4x^2 - 3x + 3$.

6 Opera: $(x^3 - 2x) - (x^3 + 4x - 7)$.

Solución

△ El menos delante del paréntesis cambia el signo de **todo** lo de dentro: $-x^3 - 4x + 7$. Ese es el fallo que más se repite. Luego: $x^3 - x^3 = 0$; $-2x - 4x = -6x$; queda $+7$.

El resultado es $-6x + 7$.

7 Opera: $(2x^2 + 1) + (3x^2 - 4) + (x - 2)$.

Solución

Se juntan los de x^2 ($2 + 3 = 5$), el único de x y los números ($1 - 4 - 2 = -5$).

El resultado es $5x^2 + x - 5$.

8 Opera: $(4x^3 - x^2) - (2x^3 - x^2 + 6)$.

Solución

Cambiando los signos del segundo: $-2x^3 + x^2 - 6$. Los de x^2 se van: $-x^2 + x^2 = 0$.

El resultado es $2x^3 - 6$.

Multiplicación de polinomios

Lo que hay que saber

Cada término del primero por cada término del segundo, y luego se juntan los semejantes.

9 Multiplica: $(x + 3)(x - 2)$.

Solución

Se multiplica cada término del primero por cada uno del segundo: $x \cdot x = x^2$; $x \cdot (-2) = -2x$; $3 \cdot x = 3x$; $3 \cdot (-2) = -6$. Y se juntan los semejantes: $-2x + 3x = x$.

El resultado es $x^2 + x - 6$.

10 Multiplica: $2x(x^2 - 4x + 1)$.

Solución

Se multiplica el $2x$ por **cada** término del paréntesis.

El resultado es $2x^3 - 8x^2 + 2x$.

11 Multiplica: $(x + 5)^2$.

Solución

△ No es $x^2 + 25$: el cuadrado de una suma lleva el doble producto. $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, con $a = x$ y $b = 5$.

El resultado es $x^2 + 10x + 25$.

12 Multiplica: $(x - 4)(x + 4)$.

Solución

Suma por diferencia: los términos en x se van y queda la diferencia de cuadrados.

El resultado es $x^2 - 16$.

13 Multiplica: $(x^2 + 1)(x - 3)$.

Solución

$x^2 \cdot x = x^3$; $x^2 \cdot (-3) = -3x^2$; el 1 multiplica tal cual: x y -3 . No hay semejantes que juntar.

El resultado es $x^3 - 3x^2 + x - 3$.

División de polinomios

Lo que hay que saber

Como la división de números, pero con columnas. $\triangle$ Si falta un grado hay que escribirlo con un 0, o las columnas se descolocan. Al final se comprueba: $\text{dividendo} = \text{divisor} \cdot \text{cociente} + \text{resto}$.

14 Divide: $x^2 + 5x + 6$ entre $x + 2$.

Solución

Se divide el primer término entre el primero: $x^2 : x = x$. Se multiplica x por $(x + 2)$ y se resta. Queda $3x + 6$, y $3x : x = 3$. Se multiplica 3 por $(x + 2)$ y se resta: 0.

El cociente es $x + 3$ y el resto 0.

Comprobación: $\text{dividendo} = \text{divisor} \cdot \text{cociente} + \text{resto}$.

15 Divide: $x^2 - 1$ entre $x - 1$.

Solución

Es una diferencia de cuadrados: $x^2 - 1 = (x - 1)(x + 1)$, así que la división es exacta.

El cociente es $x + 1$ y el resto 0.

Comprobación: $\text{dividendo} = \text{divisor} \cdot \text{cociente} + \text{resto}$.

16 Divide: $x^3 - 2x^2 + 3x - 4$ entre $x - 1$.

Solución

Paso a paso: $x^3 : x = x^2$; resta y baja. Luego $-x^2 : x = -x$; resta y baja. Luego $2x : x = 2$. Sobra -2 , que es el resto.

El cociente es $x^2 - x + 2$ y el resto -2 .

Comprobación: $\text{dividendo} = \text{divisor} \cdot \text{cociente} + \text{resto}$.

17 Divide: $2x^2 + 7x + 3$ entre $x + 3$.

Solución

$2x^2 : x = 2x$; se resta y queda $x + 3$; $x : x = 1$.

El cociente es $2x + 1$ y el resto 0.

Comprobación: $\text{dividendo} = \text{divisor} \cdot \text{cociente} + \text{resto}$.

18 Divide: $x^3 + 1$ entre $x + 1$.

Solución

△ Faltan términos: hay que escribir $x^3 + 0x^2 + 0x + 1$ para no descolocar las columnas. Ese es el fallo típico de la división de polinomios.

El cociente es $x^2 - x + 1$ y el resto **0**.

Comprobación: dividendo = divisor · cociente + resto.

Factorización de polinomios

Lo que hay que saber

El orden que funciona: primero **factor común**, luego las identidades notables, y luego las raíces. △ Y se sigue hasta que no se pueda más.

19 Factoriza: $x^2 - 9$.

Solución

Es una diferencia de cuadrados: $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$.

Queda **$(x - 3)(x + 3)$** .

20 Factoriza: $x^2 + 6x + 9$.

Solución

Es un cuadrado perfecto: el primero es x^2 , el último 3^2 y el de en medio el doble producto $2 \cdot x \cdot 3$.

Queda **$(x + 3)^2$** .

21 Factoriza: $3x^2 - 12x$.

Solución

Lo primero es siempre buscar **factor común**: aquí $3x$ está en los dos.

Queda **$3x(x - 4)$** .

22 Factoriza: $x^2 - 5x + 6$.

Solución

Se buscan sus raíces igualando a cero: $x = 2$ y $x = 3$. Un polinomio de segundo grado con raíces a y b se factoriza como $(x - a)(x - b)$.

Queda **$(x - 2)(x - 3)$** .

23 Factoriza: $x^3 - x$.

Solución

Primero factor común: $x(x^2 - 1)$. Y lo de dentro es una diferencia de cuadrados. △ Factorizar es seguir hasta que no se pueda más.

Queda **$x(x - 1)(x + 1)$** .

Raíces de un polinomio

Lo que hay que saber

Las raíces son los valores que anulan el polinomio: se iguala a cero y se resuelve. ⚠ Un polinomio puede no tener ninguna raíz real.

24 Halla las raíces de $P(x) = x^2 - 7x + 12$.

Solución

Las raíces son los valores que anulan el polinomio, así que se iguala a cero y se resuelve.

$$x^2 - 7x + 12 = 0 \text{ da } x = 3 \text{ y } x = 4.$$

Las raíces son **3, 4**.

25 Halla las raíces de $P(x) = x^2 - 16$.

Solución

$$x^2 = 16.$$

⚠ Son dos: 4 y -4.

Las raíces son **4, -4**.

26 Halla las raíces de $P(x) = x^3 - 4x$.

Solución

Se saca factor común: $x(x^2 - 4) = 0$.

Un producto se anula si se anula un factor: $x = 0$, y luego $x = 2$ y $x = -2$. Son tres.

Las raíces son **0, 2, -2**.

27 Halla las raíces de $P(x) = x^2 + 4$.

Solución

Se iguala a cero: $x^2 = -4$.

▪ Ningún número real al cuadrado da negativo: este polinomio **no tiene raíces reales**. Y por eso tampoco se puede factorizar con números reales.