

Probabilidad: ejercicios de matemáticas resueltos paso a paso

27 ejercicios con la solución explicada paso a paso, y la teoría de los 7 temas que trae esta selección.

Material propio de solucionariomatematicas.es. Los enunciados y las soluciones están escritos por nosotros. La versión al día, con más ejercicios y de todos los cursos, está siempre en:

solucionariomatematicas.es

Probabilidad: ejercicios de matemáticas resueltos paso a paso

Espacio muestral y casos posibles

Lo que hay que saber

Antes de calcular nada hay que saber **cuántos resultados posibles hay**. $\triangle$ Con dos monedas son 4, no 3: CX y XC son distintos.

- 1** Se lanzan dos monedas. ¿Cuál es el espacio muestral y qué probabilidad hay de sacar dos caras?

Solución

El espacio muestral son todos los resultados posibles: CC, CX, XC y XX. Son **4**.

$\triangle$ CX y XC son resultados **distintos**: contar «una cara y una cruz» como un solo caso es el error clásico, y lleva a decir $1/3$ en vez de $1/4$.

Favorables a «dos caras» hay 1, así que la probabilidad es **$1/4$** .

- 2** Se lanzan dos dados y se suman. ¿Qué probabilidad hay de que la suma sea 7?

Solución

El espacio muestral tiene $6 \cdot 6 = 36$ resultados.

La suma 7 sale con (1,6), (2,5), (3,4), (4,3), (5,2) y (6,1): **6** casos.

$P = 6/36 = 1/6$. Es la suma más probable de las dos.

- 3** Se lanzan dos dados. ¿Qué probabilidad hay de que la suma sea mayor que 9?

Solución

Mayor que 9 es 10, 11 o 12.

El 10 sale de 3 formas, el 11 de 2 y el 12 de 1: **6** casos de 36.

$P = 6/36 = 1/6$.

- 4** Se lanzan tres monedas. ¿Qué probabilidad hay de sacar exactamente dos caras?

Solución

El espacio muestral tiene $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ resultados.

Con exactamente dos caras: CCX, CXC y XCC. Son **3**.

$P = 3/8$.

Regla de Laplace

Lo que hay que saber

Casos favorables entre casos posibles, **siempre que todos sean igual de probables**. Con un dado truco la regla no vale.

5 Se lanza un dado. ¿Qué probabilidad hay de sacar un número par?

Solución

La regla de Laplace: casos favorables entre casos posibles, **siempre que todos sean igual de probables**.

Casos posibles: 6. Favorables (2, 4 y 6): 3.

$$P = 3/6 = 1/2.$$

6 Se lanza un dado. ¿Qué probabilidad hay de sacar un número mayor que 4?

Solución

La regla de Laplace: casos favorables entre casos posibles, **siempre que todos sean igual de probables**.

Favorables: el 5 y el 6, o sea 2.

$$P = 2/6 = 1/3.$$

7 De una baraja española de 40 cartas se saca una. ¿Qué probabilidad hay de que sea oros?

Solución

La regla de Laplace: casos favorables entre casos posibles, **siempre que todos sean igual de probables**.

La baraja tiene 4 palos de 10 cartas, así que hay 10 oros.

$$P = 10/40 = 1/4.$$

8 De una baraja española de 40 cartas se saca una. ¿Qué probabilidad hay de que sea un as?

Solución

La regla de Laplace: casos favorables entre casos posibles, **siempre que todos sean igual de probables**.

Hay 4 ases, uno de cada palo.

$$P = 4/40 = 1/10.$$

9 En una bolsa hay 3 bolas rojas, 5 azules y 2 verdes. ¿Qué probabilidad hay de sacar una roja?

Solución

La regla de Laplace: casos favorables entre casos posibles, **siempre que todos sean igual de probables**.

En total hay $3 + 5 + 2 = 10$ bolas.

$$P = 3/10 = 0,3.$$

Suceso contrario y unión de sucesos

Lo que hay que saber

△ Al unir dos sucesos no se suman sin más: lo que está en los dos se contaría dos veces. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.

- 10 Se lanza un dado. ¿Qué probabilidad hay de NO sacar un 6?

Solución

Se puede contar directamente (1, 2, 3, 4 y 5 son 5 casos) o usar el suceso contrario.

$$P(\text{no } 6) = 1 - P(6) = 1 - 1/6 = \mathbf{5/6}.$$

△ El suceso contrario ahorra mucho trabajo cuando los favorables son muchos y los desfavorables pocos.

- 11 Se lanza un dado. ¿Qué probabilidad hay de sacar par O mayor que 3?

Solución

Par: {2, 4, 6}. Mayor que 3: {4, 5, 6}.

△ No se suman $3 + 3 = 6$: el 4 y el 6 están en los dos y se contarían dos veces.

La unión es {2, 4, 5, 6}: **4** casos. $P = 4/6 = \mathbf{2/3}$.

Con la fórmula: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 3/6 + 3/6 - 2/6 = 4/6$.

- 12 De una baraja de 40 cartas, ¿qué probabilidad hay de sacar oros o un as?

Solución

Oros hay 10 y ases hay 4, pero **el as de oros está en los dos grupos**.

$$P = 10/40 + 4/40 - 1/40 = \mathbf{13/40}.$$

- 13 Se lanza un dado. ¿Qué probabilidad hay de sacar múltiplo de 3 o número par?

Solución

Múltiplos de 3: {3, 6}. Pares: {2, 4, 6}. El 6 está en los dos.

La unión es {2, 3, 4, 6}: **4** casos de 6, o sea $\mathbf{2/3}$.

Probabilidad compuesta: diagrama de árbol

Lo que hay que saber

Se multiplican las probabilidades de cada rama. △ Lo que cambia todo es si hay **reemplazamiento** o no: sin él, la segunda extracción depende de la primera.

- 14 En una urna hay 4 bolas rojas y 6 azules. Se sacan dos **con reemplazamiento**. ¿Qué probabilidad hay de que las dos sean rojas?

Solución

Con reemplazamiento la bola se devuelve, así que la segunda extracción no se entera de la primera: las dos tienen 4 rojas de 10.

$$P = (4/10) \cdot (4/10) = 16/100 = \mathbf{4/25}.$$

- 15 La misma urna (4 rojas y 6 azules), pero **sin reemplazamiento**. ¿Qué probabilidad hay de que las dos sean rojas?

Solución

Sin reemplazamiento, después de sacar una roja quedan 3 rojas de 9 bolas.

$$P = (4/10) \cdot (3/9) = 12/90 = \mathbf{2/15}.$$

△ Es menor que con reemplazamiento, y tiene sentido: al quitar una roja quedan menos.

- 16 De la misma urna, sin reemplazamiento: ¿qué probabilidad hay de que la primera sea roja y la segunda azul?

Solución

Primera roja: 4/10. Hecho eso, quedan 9 bolas y 6 siguen siendo azules: 6/9.

$$P = (4/10) \cdot (6/9) = 24/90 = \mathbf{4/15}.$$

- 17 Se lanzan dos monedas. ¿Qué probabilidad hay de sacar al menos una cara?

Solución

«Al menos una» es el momento de usar el **contrario**: lo contrario de «al menos una cara» es «ninguna cara», o sea las dos cruces.

$$P(XX) = 1/4, \text{ así que } P(\text{al menos una cara}) = 1 - 1/4 = \mathbf{3/4}.$$

Probabilidad condicionada

Lo que hay que saber

Saber algo **reduce el espacio muestral**: ya no se cuenta sobre el total, sino sobre lo que cumple la condición.

- 18 Se lanza un dado y sale un número mayor que 3. ¿Qué probabilidad hay de que sea par?

Solución

Saber que es mayor que 3 **reduce el espacio muestral**: ya no son 6 casos, son {4, 5, 6}, o sea 3.

De esos, pares hay 2 (el 4 y el 6).

$P(\text{par} \mid \text{mayor que } 3) = 2/3$. △ Sin la condición sería 1/2: la información cambia la probabilidad.

- 19 Se lanza un dado y sale par. ¿Qué probabilidad hay de que sea mayor que 3?

Solución

El espacio muestral se reduce a los pares: {2, 4, 6}, 3 casos.

Mayores que 3 hay 2 (el 4 y el 6).

$$P(\text{mayor que } 3 \mid \text{par}) = \mathbf{2/3}.$$

- 20** Urna con 4 rojas y 6 azules, sin reemplazamiento. La primera ha salido roja. ¿Qué probabilidad hay de que la segunda también lo sea?

Solución

Ya se ha sacado una roja, así que quedan 9 bolas y 3 rojas.

$$P(2.^a \text{ roja} \mid 1.^a \text{ roja}) = 3/9 = \mathbf{1/3}.$$

- 21** De una baraja de 40 cartas se saca una y NO es figura. ¿Qué probabilidad hay de que sea oros?

Solución

Figuras hay 12 (sota, caballo y rey de cada palo), así que no figuras hay 28.

Oros que no son figura: $10 - 3 = 7$.

$$P(\text{oros} \mid \text{no figura}) = 7/28 = \mathbf{1/4}.$$

Tablas de contingencia

Lo que hay que saber

⚠ La diferencia entre «chica Y aprueba» y «aprueba SI es chica» es el denominador: 100 en la primera y 60 en la segunda.

- 22** En una clase de 100 alumnos hay 40 chicos y 60 chicas. Aprueban 30 chicos y 45 chicas. ¿Qué probabilidad hay de que un alumno elegido al azar haya aprobado?

Solución

Aprueban $30 + 45 = \mathbf{75}$ de 100.

$$P = 75/100 = \mathbf{3/4}.$$

- 23** En una clase de 100 alumnos hay 40 chicos y 60 chicas. Aprueban 30 chicos y 45 chicas. ¿Qué probabilidad hay de que sea chica Y haya aprobado?

Solución

Es la casilla donde se cruzan las dos cosas: 45 alumnas.

$$P = 45/100 = \mathbf{9/20}.$$

- 24** En una clase de 100 alumnos hay 40 chicos y 60 chicas. Aprueban 30 chicos y 45 chicas. Si se elige una chica, ¿qué probabilidad hay de que haya aprobado?

Solución

⚠ Ahora el espacio muestral son **solo las chicas**: 60, no 100.

$$P(\text{aprobar} \mid \text{chica}) = 45/60 = \mathbf{3/4}.$$

Compárese con la anterior: $9/20$ y $3/4$ son distintas porque la pregunta es distinta.

Problemas de probabilidad

Lo que hay que saber

«Al menos uno» casi siempre se resuelve por el **contrario**.

- 25** Se lanza un dado dos veces. ¿Qué probabilidad hay de sacar al menos un 6?

Solución

«Al menos uno» pide el contrario: lo contrario es **ningún 6** en las dos tiradas.

$$P(\text{ningún 6}) = (5/6) \cdot (5/6) = 25/36.$$

$$P(\text{al menos un 6}) = 1 - 25/36 = \mathbf{11/36}.$$

⚠ No es $1/6 + 1/6 = 1/3$: eso contaría dos veces el caso de sacar dos seises.

- 26** En una caja hay 12 bombillas y 3 están fundidas. Se coge una al azar. ¿Qué probabilidad hay de que esté fundida?

Solución

Favorables 3, posibles 12.

$$P = 3/12 = \mathbf{1/4}.$$

- 27** De la misma caja (12 bombillas, 3 fundidas) se cogen dos sin devolverlas. ¿Qué probabilidad hay de que las dos estén bien?

Solución

Buenas hay 9. La primera buena: $9/12$. Quedan 11 bombillas y 8 buenas: $8/11$.

$$P = (9/12) \cdot (8/11) = 72/132 = \mathbf{6/11}.$$