

Radicales: ejercicios de matemáticas resueltos paso a paso

30 ejercicios con la solución explicada paso a paso, y la teoría de los 5 temas que trae esta selección.

Material propio de solucionariomatematicas.es. Los enunciados y las soluciones están escritos por nosotros. La versión al día, con más ejercicios y de todos los cursos, está siempre en:

solucionariomatematicas.es

Radicales: ejercicios de matemáticas resueltos paso a paso

Potencias de exponente fraccionario

Lo que hay que saber

Una raíz y una potencia de exponente fraccionario son lo mismo escrito de dos formas: el **denominador** del exponente es el índice de la raíz. Pasar a potencia es lo que permite usar las propiedades de siempre.

1 Calcula $8^{2/3}$.

Solución

$8 = 2^3$, así que $8^{2/3} = (2^3)^{2/3} = 2^2$.

Resultado: **4**.

2 Calcula $16^{3/4}$.

Solución

$16 = 2^4$, así que $16^{3/4} = 2^3$.

Resultado: **8**.

3 Calcula $27^{-1/3}$.

Solución

$27 = 3^3$; el exponente negativo da la vuelta a la fracción.

Resultado: **$1/3$** .

4 Calcula $25^{1/2}$.

Solución

$25^{1/2}$ es la raíz cuadrada de 25.

Resultado: **5**.

5 Calcula $81^{3/4}$.

Solución

$81 = 3^4$, así que $81^{3/4} = 3^3$.

Resultado: **27**.

Simplificar radicales: extraer factores

Lo que hay que saber

Simplificar un radical es sacar fuera todos los cuadrados perfectos que haya dentro. $\triangle$ Un resultado con un cuadrado todavía dentro está **sin terminar**, aunque el valor sea correcto.

6 Simplifica $\sqrt{72}$ extrayendo todos los factores que puedas.

Solución

Se busca el **mayor cuadrado perfecto** que divida a 72: es 36.

$$\sqrt{72} = \sqrt{(36 \cdot 2)} = \sqrt{36} \cdot \sqrt{2} = \mathbf{6\sqrt{2}}.$$

El 36 sale de la raíz convertido en 6.

7 Simplifica $\sqrt{50}$ extrayendo todos los factores que puedas.

Solución

Se busca el **mayor cuadrado perfecto** que divida a 50: es 25.

$$\sqrt{50} = \sqrt{(25 \cdot 2)} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{2} = \mathbf{5\sqrt{2}}.$$

El 25 sale de la raíz convertido en 5.

8 Simplifica $\sqrt{180}$ extrayendo todos los factores que puedas.

Solución

Se busca el **mayor cuadrado perfecto** que divida a 180: es 36.

$$\sqrt{180} = \sqrt{(36 \cdot 5)} = \sqrt{36} \cdot \sqrt{5} = \mathbf{6\sqrt{5}}.$$

El 36 sale de la raíz convertido en 6.

9 Simplifica $\sqrt{200}$ extrayendo todos los factores que puedas.

Solución

Se busca el **mayor cuadrado perfecto** que divida a 200: es 100.

$$\sqrt{200} = \sqrt{(100 \cdot 2)} = \sqrt{100} \cdot \sqrt{2} = \mathbf{10\sqrt{2}}.$$

El 100 sale de la raíz convertido en 10.

10 Simplifica $\sqrt{128}$ extrayendo todos los factores que puedas.

Solución

Se busca el **mayor cuadrado perfecto** que divida a 128: es 64.

$$\sqrt{128} = \sqrt{(64 \cdot 2)} = \sqrt{64} \cdot \sqrt{2} = \mathbf{8\sqrt{2}}.$$

El 64 sale de la raíz convertido en 8.

11 Simplifica $\sqrt{45}$ extrayendo todos los factores que puedas.

Solución

Se busca el **mayor cuadrado perfecto** que divida a 45: es 9.

$$\sqrt{45} = \sqrt{9 \cdot 5} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{5} = 3\sqrt{5}.$$

El 9 sale de la raíz convertido en 3.

Operaciones con radicales: suma, resta, producto y cociente

Lo que hay que saber

- Sumar y restar solo se puede entre radicales **semejantes** (mismo índice y mismo radicando); multiplicar y dividir, siempre que el índice sea el mismo. $\triangle \sqrt{2} + \sqrt{3}$ no es $\sqrt{5}$: eso es el error más repetido del tema.

12 Opera y simplifica: $3\sqrt{2} + 5\sqrt{2}$.

Solución

Los dos radicales son **semejantes** (el mismo radicando), así que se suman los coeficientes: $3 + 5 = 8$.

Resultado: **$8\sqrt{2}$** .

13 Opera y simplifica: $\sqrt{8} + \sqrt{18}$.

Solución

$\triangle$ Parecen distintos y no lo son: $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ y $\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$. Ya semejantes, $2 + 3 = 5$.

Resultado: **$5\sqrt{2}$** .

14 Opera y simplifica: $\sqrt{12} - \sqrt{27}$.

Solución

$\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ y $\sqrt{27} = 3\sqrt{3}$. Entonces $2\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = -\sqrt{3}$.

Resultado: **$-\sqrt{3}$** .

15 Opera y simplifica: $\sqrt{75} - \sqrt{12} + \sqrt{3}$.

Solución

$\sqrt{75} = 5\sqrt{3}$, $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ y $\sqrt{3}$ se queda. $5 - 2 + 1 = 4$.

Resultado: **$4\sqrt{3}$** .

16 Opera y simplifica: $2\sqrt{20} + 3\sqrt{45}$.

Solución

$2\sqrt{20} = 2 \cdot 2\sqrt{5} = 4\sqrt{5}$ y $3\sqrt{45} = 3 \cdot 3\sqrt{5} = 9\sqrt{5}$. $4 + 9 = 13$.

Resultado: **$13\sqrt{5}$** .

17 Multiplica y simplifica: $\sqrt{2} \cdot \sqrt{6}$.

Solución

El producto de dos raíces del mismo índice es la raíz del producto: $\sqrt{2} \cdot \sqrt{6} = \sqrt{12}$.

Y $\sqrt{12}$ todavía se simplifica: $\sqrt{12} = \sqrt{(4 \cdot 3)} = 2\sqrt{3}$.

Resultado: **$2\sqrt{3}$** .

18 Multiplica y simplifica: $\sqrt{3} \cdot \sqrt{12}$.

Solución

El producto de dos raíces del mismo índice es la raíz del producto: $\sqrt{3} \cdot \sqrt{12} = \sqrt{36}$.

$\sqrt{36} = 6$, un número entero: aquí la raíz desaparece del todo.

Resultado: **6**.

19 Multiplica y simplifica: $\sqrt{5} \cdot \sqrt{10}$.

Solución

El producto de dos raíces del mismo índice es la raíz del producto: $\sqrt{5} \cdot \sqrt{10} = \sqrt{50}$.

Y $\sqrt{50}$ se simplifica: $\sqrt{50} = \sqrt{(25 \cdot 2)} = 5\sqrt{2}$.

Resultado: **$5\sqrt{2}$** .

20 Divide y simplifica: $\sqrt{50} : \sqrt{2}$.

Solución

El cociente de dos raíces del mismo índice es la raíz del cociente: $\sqrt{50} : \sqrt{2} = \sqrt{(50/2)} = \sqrt{25}$.

$\sqrt{50} : \sqrt{2} = \sqrt{25} = 5$.

Resultado: **5**.

21 Divide y simplifica: $\sqrt{72} : \sqrt{2}$.

Solución

El cociente de dos raíces del mismo índice es la raíz del cociente: $\sqrt{72} : \sqrt{2} = \sqrt{(72/2)} = \sqrt{36}$.

$\sqrt{72} : \sqrt{2} = \sqrt{36} = 6$.

Resultado: **6**.

22 Divide y simplifica: $\sqrt{54} : \sqrt{6}$.

Solución

El cociente de dos raíces del mismo índice es la raíz del cociente: $\sqrt{54} : \sqrt{6} = \sqrt{(54/6)} = \sqrt{9}$.

$\sqrt{54} : \sqrt{6} = \sqrt{9} = 3$.

Resultado: **3**.

Racionalizar el denominador

Lo que hay que saber

Quitar la raíz del denominador. Con un solo radical abajo se multiplica por él; con un binomio, por su **conjugado** (el mismo con el signo de en medio cambiado), que convierte el denominador en una diferencia de cuadrados.

23 Racionaliza el denominador de $1 / \sqrt{2}$.

Solución

Se multiplica arriba y abajo por $\sqrt{2}$: $\sqrt{2} / (\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}) = \sqrt{2}/2$.

Resultado: $\sqrt{2}/2$.

24 Racionaliza el denominador de $3 / \sqrt{5}$.

Solución

Por $\sqrt{5}$ arriba y abajo: $3\sqrt{5} / 5$.

Resultado: $3\sqrt{5}/5$.

25 Racionaliza el denominador de $6 / (2\sqrt{3})$.

Solución

Por $\sqrt{3}$: $6\sqrt{3} / (2 \cdot 3) = 6\sqrt{3}/6 = \sqrt{3}$.

Resultado: $\sqrt{3}$.

26 Racionaliza el denominador de $1 / (1 + \sqrt{3})$.

Solución

Con un binomio se multiplica por su **conjugado**, $1 - \sqrt{3}$, para que abajo salga una diferencia de cuadrados: $(1 + \sqrt{3})(1 - \sqrt{3}) = 1 - 3 = -2$. Arriba queda $1 - \sqrt{3}$, así que la fracción es $(1 - \sqrt{3}) / (-2) = (\sqrt{3} - 1) / 2$, que repartido término a término es $-1/2 + \sqrt{3}/2$.

Resultado: $-1/2 + \sqrt{3}/2$.

27 Racionaliza el denominador de $2 / (\sqrt{5} - \sqrt{3})$.

Solución

Por el conjugado $\sqrt{5} + \sqrt{3}$: abajo queda $5 - 3 = 2$, y arriba $2(\sqrt{5} + \sqrt{3})$.

Resultado: $\sqrt{5} + \sqrt{3}$.

Comparar radicales

Lo que hay que saber

Para comparar dos radicales se mete el coeficiente dentro de la raíz: una vez que los dos son una raíz pelada, el mayor es el de mayor radicando.

28 ¿Cuál es mayor, $2\sqrt{3}$ o $3\sqrt{2}$?

Solución

Se **mete el coeficiente dentro** de la raíz elevándolo al cuadrado, y entonces basta comparar los radicandos.

$$2\sqrt{3} = \sqrt{(4 \cdot 3)} = \sqrt{12} \text{ y } 3\sqrt{2} = \sqrt{(9 \cdot 2)} = \sqrt{18}.$$

El mayor es $3\sqrt{2}$.

29 ¿Cuál es mayor, $5\sqrt{2}$ o $3\sqrt{5}$?

Solución

Se **mete el coeficiente dentro** de la raíz elevándolo al cuadrado, y entonces basta comparar los radicandos.

$$5\sqrt{2} = \sqrt{50} \text{ y } 3\sqrt{5} = \sqrt{45}.$$

El mayor es $5\sqrt{2}$.

30 ¿Cuál es mayor, $4\sqrt{3}$ o $2\sqrt{11}$?

Solución

Se **mete el coeficiente dentro** de la raíz elevándolo al cuadrado, y entonces basta comparar los radicandos.

$$4\sqrt{3} = \sqrt{48} \text{ y } 2\sqrt{11} = \sqrt{44}.$$

El mayor es $4\sqrt{3}$.