

Sistemas de ecuaciones: ejercicios de matemáticas resueltos paso a paso

14 ejercicios con la solución explicada paso a paso, y la teoría de los 5 temas que trae esta selección.

Material propio de solucionariomatematicas.es. Los enunciados y las soluciones están escritos por nosotros. La versión al día, con más ejercicios y de todos los cursos, está siempre en:

solucionariomatematicas.es

Sistemas de ecuaciones: ejercicios de matemáticas resueltos paso a paso

Método de sustitución

Lo que hay que saber

Se despeja una incógnita en una ecuación y se mete en la otra. Va bien cuando alguna ya está casi despejada.

1 Resuelve por sustitución: $x + y = 10$ $x - y = 4$

Solución

Se despeja una incógnita en una ecuación: de la primera, $x = 10 - y$.

Se **sustituye** en la otra: $(10 - y) - y = 4$, o sea $10 - 2y = 4$.

De ahí $y = 3$, y volviendo atrás $x = 10 - 3 = 7$.

La solución es **$x = 7$, $y = 3$** .

Comprobación: se sustituye en las **dos** ecuaciones.

2 Resuelve por sustitución: $y = 2x$ $x + y = 9$

Solución

La primera ya está despejada, así que se sustituye directamente: $x + 2x = 9$.

$3x = 9$ da $x = 3$, y entonces $y = 6$.

La solución es **$x = 3$, $y = 6$** .

Comprobación: se sustituye en las **dos** ecuaciones.

3 Resuelve por sustitución: $x = y + 5$ $2x + y = 16$

Solución

Se sustituye x por $y + 5$: $2(y + 5) + y = 16$.

$2y + 10 + y = 16 \rightarrow 3y = 6 \rightarrow y = 2$, y $x = 7$.

La solución es **$x = 7$, $y = 2$** .

Comprobación: se sustituye en las **dos** ecuaciones.

Método de igualación

Lo que hay que saber

Se despeja la **misma** incógnita en las dos y se igualan los dos resultados.

4 Resuelve por igualación: $x + y = 7$ $2x - y = 2$

Solución

Se despeja la **misma** incógnita en las dos: de la primera $y = 7 - x$, de la segunda $y = 2x - 2$.

Se **igualan**: $7 - x = 2x - 2$.

$9 = 3x \rightarrow x = 3$, y entonces $y = 4$.

La solución es **$x = 3$, $y = 4$** .

5 Resuelve por igualación: $3x + y = 11$ $x + y = 5$

Solución

De las dos se despeja y : $y = 11 - 3x$ e $y = 5 - x$.

$11 - 3x = 5 - x \rightarrow 6 = 2x \rightarrow x = 3$, y entonces $y = 2$.

La solución es **$x = 3$, $y = 2$** .

Método de reducción

Lo que hay que saber

Se suman o restan las ecuaciones para que una incógnita desaparezca. $\triangle$ Si los coeficientes no coinciden, primero se multiplica cada ecuación por lo que haga falta. Es el método que mejor escala.

6 Resuelve por reducción: $2x + 3y = 12$ $2x - y = 4$

Solución

Las dos tienen $2x$, así que **restando** la segunda a la primera desaparece la x .

$(2x + 3y) - (2x - y) = 12 - 4 \rightarrow 4y = 8 \rightarrow y = 2$.

Y sustituyendo en cualquiera: $2x - 2 = 4 \rightarrow x = 3$.

La solución es **$x = 3$, $y = 2$** .

7 Resuelve por reducción: $x + 2y = 8$ $3x - 2y = 4$

Solución

Aquí los coeficientes de y son $+2$ y -2 , así que **sumando** desaparece la y .

$4x = 12 \rightarrow x = 3$, y entonces $3 + 2y = 8 \rightarrow y = 2,5$.

$\triangle$ Que la solución no sea entera no es un error: los sistemas no tienen por qué dar números redondos.

La solución es **$x = 3$, $y = 2,5$** .

8 Resuelve por reducción: $3x + 2y = 16$ $5x - 3y = 14$

Solución

Ningún coeficiente coincide, así que primero se **igualan**: se multiplica la primera por 3 y la segunda por 2.

$9x + 6y = 48$ y $10x - 6y = 28$. Sumando: $19x = 76 \rightarrow x = 4$.

Y sustituyendo: $12 + 2y = 16 \rightarrow y = 2$.

La solución es **$x = 4$, $y = 2$** .

Tipos de sistema: compatible, indeterminado e incompatible

Lo que hay que saber

Un sistema puede tener **una** solución (rectas que se cortan), **infinitas** (rectas superpuestas) o **ninguna** (rectas paralelas). ⚠ Que no salga un número no significa que esté mal resuelto.

9 ¿Qué tipo de sistema es? $x + y = 4$ $2x + 2y = 8$

Solución

Si se multiplica la primera por 2 sale **exactamente** la segunda: son la misma ecuación escrita dos veces.

No hay una sola solución: valen todos los pares con $x + y = 4$, como (0, 4), (1, 3) o (4, 0).

Es un sistema **compatible indeterminado**: infinitas soluciones.

⚠ Geométricamente son dos rectas **superpuestas**.

10 ¿Qué tipo de sistema es? $x + y = 3$ $x + y = 5$

Solución

Las dos empiezan igual pero piden cosas distintas: la misma suma no puede valer 3 y 5.

Es un sistema **incompatible**: no tiene solución.

⚠ Geométricamente son dos rectas **paralelas**, que no se cortan nunca.

11 ¿Qué tipo de sistema es? $x + y = 6$ $x - y = 2$

Solución

Las dos ecuaciones son distintas y no una múltiplo de la otra.

Tiene **una sola** solución: $x = 4$, $y = 2$.

Es **compatible determinado**: dos rectas que se cortan en un punto.

Problemas con sistemas de ecuaciones

Lo que hay que saber

Lo difícil es plantear: dos incógnitas piden **dos** condiciones distintas en el enunciado. Y al final se comprueba contra el texto, no contra la cuenta.

12 En una granja hay gallinas y conejos: 20 cabezas y 56 patas en total. ¿Cuántos hay de cada?

Solución

Se llama g a las gallinas y c a los conejos. Cabezas: $g + c = 20$.

Patatas: cada gallina pone 2 y cada conejo 4, así que $2g + 4c = 56$.

Resolviendo (por reducción, multiplicando la primera por 2): $2g + 2c = 40$, y restando queda $2c = 16 \rightarrow c = 8$, $g = 12$.

Comprobación: $12 + 8 = 20$ cabezas y $24 + 32 = 56$ patas.

13

Dos números suman 25 y su diferencia es 9. ¿Qué números son?

Solución

$$x + y = 25 \text{ y } x - y = 9.$$

Sumando las dos ecuaciones: $2x = 34 \rightarrow x = 17$, y entonces $y = 8$.

14

Tres bolígrafos y dos cuadernos cuestan 13 €; un bolígrafo y cuatro cuadernos, 16 €. ¿Cuánto cuesta cada cosa?

Solución

b = precio del bolígrafo, c = del cuaderno. $3b + 2c = 13$ y $b + 4c = 16$.

Se multiplica la segunda por 3: $3b + 12c = 48$. Restando la primera: $10c = 35 \rightarrow c = 3,5$.

$$\text{Y } b = 16 - 4 \cdot 3,5 = 2.$$

Comprobación: $3 \cdot 2 + 2 \cdot 3,5 = 13$ y $2 + 4 \cdot 3,5 = 16$.
