

Teorema de Tales: ejercicios de matemáticas resueltos paso a paso

14 ejercicios con la solución explicada paso a paso, y la teoría de los 4 temas que trae esta selección.

Material propio de solucionariomatematicas.es. Los enunciados y las soluciones están escritos por nosotros. La versión al día, con más ejercicios y de todos los cursos, está siempre en:

solucionariomatematicas.es

Teorema de Tales: ejercicios de matemáticas resueltos paso a paso

Segmentos proporcionales: el teorema de Tales

Lo que hay que saber

El **teorema de Tales**: si varias paralelas cortan a dos rectas, los segmentos que determinan son **proporcionales**. De ahí sale una proporción, y de la proporción se despeja con el **producto cruzado**.

- 1** Dos rectas secantes están cortadas por dos paralelas. Si $AB = 3$ cm, $AC = 6$ cm y $A'B' = 4$ cm, ¿cuánto mide $A'C'$?

Solución

El teorema de Tales dice que las paralelas cortan a las dos rectas en segmentos **proporcionales**: $AB/AC = A'B'/A'C'$.

Se sustituye: $3/6 = 4/A'C'$.

Se despeja con el **producto cruzado**: $A'C' = (6 \cdot 4) : 3 = 8$ cm.

△ Comprobación: $3 \cdot 8 = 24$ y $6 \cdot 4 = 24$. Los productos cruzados coinciden.

- 2** Dos rectas secantes están cortadas por dos paralelas. Si $PQ = 5$ cm, $PR = 15$ cm y $P'Q' = 7$ cm, ¿cuánto mide $P'R'$?

Solución

El teorema de Tales dice que las paralelas cortan a las dos rectas en segmentos **proporcionales**: $PQ/PR = P'Q'/P'R'$.

Se sustituye: $5/15 = 7/P'R'$.

Se despeja con el **producto cruzado**: $P'R' = (15 \cdot 7) : 5 = 21$ cm.

△ Comprobación: $5 \cdot 21 = 105$ y $15 \cdot 7 = 105$. Los productos cruzados coinciden.

- 3** Dos rectas secantes están cortadas por dos paralelas. Si $MN = 4$ cm, $MP = 10$ cm y $M'N' = 6$ cm, ¿cuánto mide $M'P'$?

Solución

El teorema de Tales dice que las paralelas cortan a las dos rectas en segmentos **proporcionales**: $MN/MP = M'N'/M'P'$.

Se sustituye: $4/10 = 6/M'P'$.

Se despeja con el **producto cruzado**: $M'P' = (10 \cdot 6) : 4 = 15$ cm.

△ Comprobación: $4 \cdot 15 = 60$ y $10 \cdot 6 = 60$. Los productos cruzados coinciden.

- 4 Dos rectas secantes están cortadas por dos paralelas. Si $AB = 8$ cm, $BC = 12$ cm y $A'B' = 10$ cm, ¿cuánto mide $B'C'$?

Solución

El teorema de Tales dice que las paralelas cortan a las dos rectas en segmentos **proporcionales**: $AB/BC = A'B'/B'C'$.

Se sustituye: $8/12 = 10/B'C'$.

Se despeja con el **producto cruzado**: $B'C' = (12 \cdot 10) : 8 = 15$ cm.

△ Comprobación: $8 \cdot 15 = 120$ y $12 \cdot 10 = 120$. Los productos cruzados coinciden.

Triángulos semejantes

Lo que hay que saber

Dos triángulos son **semejantes** cuando tienen la misma forma y distinto tamaño: sus ángulos son iguales y sus lados están todos en la **misma razón**. △ La misma en los TRES pares, no solo en uno: si con uno sale 2 y con otro 2,5, los triángulos no son semejantes.

- 5 Un triángulo tiene los lados 3, 4 y 5 cm. Otro, semejante a él, tiene el lado menor de 6 cm. ¿Cuánto miden los otros dos?

Solución

Dos triángulos semejantes tienen todos sus lados en la **misma razón**. La razón sale del par que se conoce: $6 : 3 = 2$.

Los otros dos se multiplican por esa razón: $4 \cdot 2 = 8$ y $5 \cdot 2 = 10$.

Miden **8 cm** y **10 cm**.

- 6 Un triángulo tiene los lados 6, 8 y 10 cm. Otro, semejante a él, tiene el lado menor de 3 cm. ¿Cuánto miden los otros dos?

Solución

Dos triángulos semejantes tienen todos sus lados en la **misma razón**. La razón sale del par que se conoce: $3 : 6 = 0,5$.

Los otros dos se multiplican por esa razón: $8 \cdot 0,5 = 4$ y $10 \cdot 0,5 = 5$.

Miden **4 cm** y **5 cm**.

- 7 Un triángulo tiene los lados 5, 12 y 13 cm. Otro, semejante a él, tiene el lado menor de 15 cm. ¿Cuánto miden los otros dos?

Solución

Dos triángulos semejantes tienen todos sus lados en la **misma razón**. La razón sale del par que se conoce: $15 : 5 = 3$.

Los otros dos se multiplican por esa razón: $12 \cdot 3 = 36$ y $13 \cdot 3 = 39$.

Miden **36 cm** y **39 cm**.

- 8 Un triángulo tiene los lados 9, 12 y 15 cm. Otro, semejante a él, tiene el lado menor de 6 cm. ¿Cuánto miden los otros dos?

Solución

Dos triángulos semejantes tienen todos sus lados en la **misma razón**. La razón sale del par que se conoce: $6 : 9 = 2/3$.

Los otros dos se multiplican por esa razón: $12 \cdot 2/3 = 8$ y $15 \cdot 2/3 = 10$.

Miden **8 cm** y **10 cm**.

Calcular alturas con sombras

Lo que hay que saber

Para esto se usa de verdad: los rayos de sol llegan paralelos, así que cualquier objeto y su sombra forman triángulos semejantes —altura/sombra es la misma en los dos—, y midiendo una sombra se calcula una altura a la que no se puede subir. $\triangle$ Solo vale si las dos sombras se miden **a la misma hora**: si no, los ángulos cambian y los triángulos ya no son semejantes.

- 9 A la misma hora, una persona de 1,5 m proyecta una sombra de 2 m y un árbol proyecta una sombra de 8 m. ¿Cuánto mide un árbol?

Solución

$$1,5 / 2 = \text{altura} / 8.$$

$$\text{altura} = (1,5 \cdot 8) : 2 = \mathbf{6 \text{ m}}.$$

- 10 A la misma hora, un poste de 2 m proyecta una sombra de 3 m y un edificio proyecta una sombra de 12 m. ¿Cuánto mide un edificio?

Solución

$$2 / 3 = \text{altura} / 12.$$

$$\text{altura} = (2 \cdot 12) : 3 = \mathbf{8 \text{ m}}.$$

- 11 A la misma hora, una farola de 1,8 m proyecta una sombra de 3 m y una torre proyecta una sombra de 15 m. ¿Cuánto mide una torre?

Solución

$$1,8 / 3 = \text{altura} / 15.$$

$$\text{altura} = (1,8 \cdot 15) : 3 = \mathbf{9 \text{ m}}.$$

Dividir un segmento en una razón dada

Lo que hay que saber

Repartir en la razón $p : q$ es partir el total en **$p + q$ partes iguales** y dar p a una y q a la otra. $\triangle$ El error típico es dividir entre p y entre q por separado.

12

Divide un segmento de 12 cm en dos partes que estén en la razón 1 : 2.

Solución

Si las partes están en la razón 1 : 2, el segmento se reparte en $1 + 2 = 3$ partes iguales.

Cada parte mide $12 : 3 = 4$ cm.

Entonces una mide $1 \cdot 4 = 4$ cm y la otra $2 \cdot 4 = 8$ cm.

△ Comprobación: $4 + 8 = 12$, el segmento entero.

13

Divide un segmento de 20 cm en dos partes que estén en la razón 2 : 3.

Solución

Si las partes están en la razón 2 : 3, el segmento se reparte en $2 + 3 = 5$ partes iguales.

Cada parte mide $20 : 5 = 4$ cm.

Entonces una mide $2 \cdot 4 = 8$ cm y la otra $3 \cdot 4 = 12$ cm.

△ Comprobación: $8 + 12 = 20$, el segmento entero.

14

Divide un segmento de 15 cm en dos partes que estén en la razón 1 : 4.

Solución

Si las partes están en la razón 1 : 4, el segmento se reparte en $1 + 4 = 5$ partes iguales.

Cada parte mide $15 : 5 = 3$ cm.

Entonces una mide $1 \cdot 3 = 3$ cm y la otra $4 \cdot 3 = 12$ cm.

△ Comprobación: $3 + 12 = 15$, el segmento entero.
