

Trigonometría: ejercicios de matemáticas resueltos paso a paso

14 ejercicios con la solución explicada paso a paso, y la teoría de los 4 temas que trae esta selección.

Material propio de solucionariomatematicas.es. Los enunciados y las soluciones están escritos por nosotros. La versión al día, con más ejercicios y de todos los cursos, está siempre en:

solucionariomatematicas.es

Trigonometría: ejercicios de matemáticas resueltos paso a paso

Razones trigonométricas: seno, coseno y tangente

Lo que hay que saber

En un triángulo rectángulo: **seno** = opuesto/hipotenusa, **coseno** = contiguo/hipotenusa, **tangente** = opuesto/contiguo. $\triangle$ Son cocientes: no tienen unidades.

- 1** En un triángulo rectángulo los catetos miden 3 cm y 4 cm. Halla la hipotenusa y el seno del ángulo opuesto al cateto de 3.

Solución

Por el teorema de Pitágoras: $h^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$, o sea $h = 5$ cm.

El seno es cateto opuesto entre hipotenusa: $\text{sen } \alpha = 3/5 = 0,6$.

$\triangle$ El seno no tiene unidades: es un cociente de dos longitudes.

- 2** En un triángulo rectángulo un cateto mide 6 cm y la hipotenusa 10 cm. Halla el otro cateto y el coseno del ángulo contiguo al cateto conocido.

Solución

Pitágoras al revés: $b^2 = 10^2 - 6^2 = 100 - 36 = 64$, o sea $b = 8$ cm.

El coseno es cateto contiguo entre hipotenusa: $\text{cos } \alpha = 6/10 = 0,6$.

- 3** Calcula $\text{sen } 30^\circ$, $\text{cos } 30^\circ$ y $\text{tg } 30^\circ$.

Solución

Son razones de la tabla, y salen del triángulo equilátero partido por la mitad.

$\text{sen } 30^\circ = 1/2 = 0,5$.

$\text{cos } 30^\circ = \sqrt{3}/2 \approx 0,866$.

$\text{tg } 30^\circ = \text{sen}/\text{cos} = 1/\sqrt{3} \approx 0,577$.

- 4** Calcula $\text{sen } 45^\circ$, $\text{cos } 45^\circ$ y $\text{tg } 45^\circ$.

Solución

Salen del cuadrado partido por su diagonal.

$\text{sen } 45^\circ = \text{cos } 45^\circ = \sqrt{2}/2 \approx 0,707$.

Y como son iguales, $\text{tg } 45^\circ = 1$.

- 5** Calcula $\text{sen } 60^\circ$ y $\text{cos } 60^\circ$.

Solución

Del mismo triángulo equilátero que el de 30° , pero mirando el otro ángulo.

$\text{sen } 60^\circ = \sqrt{3}/2 \approx 0,866$ y $\text{cos } 60^\circ = 1/2$.

$\triangle$ Fíjate: $\text{sen } 60^\circ = \text{cos } 30^\circ$ y $\text{cos } 60^\circ = \text{sen } 30^\circ$. Los ángulos que suman 90° intercambian seno y coseno.

Identidades trigonométricas

Lo que hay que saber

La fundamental, $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$, sale de Pitágoras y se cumple para **cualquier** ángulo. De ella salen casi todas las demás.

6 Comprueba la identidad: $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$.

Solución

Es la identidad fundamental y sale directamente del teorema de Pitágoras en la circunferencia de radio 1.

Se cumple para **cualquier** ángulo, no solo para algunos.

7 Comprueba la identidad: $\tan \alpha = \sin \alpha / \cos \alpha$.

Solución

Es la definición de la tangente.

⚠ No vale donde $\cos \alpha = 0$ (en 90° y 270°): ahí la tangente no existe.

8 Comprueba la identidad: $1 + \tan^2\alpha = 1 / \cos^2\alpha$.

Solución

Se parte de $\sin^2 + \cos^2 = 1$ y se divide todo entre $\cos^2\alpha$.

Queda $\tan^2\alpha + 1 = 1/\cos^2\alpha$.

9 Comprueba la identidad: $\sin 2\alpha = 2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha$.

Solución

Es la fórmula del ángulo doble.

⚠ $\sin 2\alpha$ **no** es $2 \cdot \sin \alpha$: con $\alpha = 30^\circ$, $\sin 60^\circ \approx 0,866$ y $2 \cdot \sin 30^\circ = 1$.

De una razón a las demás

Lo que hay que saber

⚠ Con la identidad fundamental se pasa de una razón a otra, pero el signo lo decide el **cuadrante**: sin saberlo, la respuesta son dos.

10 Si $\sin \alpha = 3/5$ y α está en el primer cuadrante, halla $\cos \alpha$ y $\tan \alpha$.

Solución

Se usa la identidad fundamental: $\cos^2\alpha = 1 - \sin^2\alpha = 1 - 9/25 = 16/25$.

$\cos \alpha = \pm 4/5$, y como α está en el **primer cuadrante**, el coseno es positivo: $\cos \alpha = 4/5$.

⚠ El cuadrante no es un adorno: sin él la respuesta serían dos.

$\tan \alpha = \sin/\cos = (3/5)/(4/5) = 3/4$.

11 Si $\cos \alpha = 12/13$ y α está en el primer cuadrante, halla $\sin \alpha$.

Solución

$$\sin^2 \alpha = 1 - (12/13)^2 = 1 - 144/169 = 25/169.$$

$\sin \alpha = 5/13$, positivo por estar en el primer cuadrante.

Es el triángulo 5-12-13, que conviene reconocer.

Resolver triángulos rectángulos

Lo que hay que saber

Se elige la razón según lo que se conoce y lo que se busca: si aparece la hipotenusa, seno o coseno; si solo hay catetos, tangente. $\triangle$ Y al terminar se comprueba con Pitágoras que el triángulo cierra.

12 En un triángulo rectángulo la hipotenusa mide 10 cm y un ángulo 30° . Halla los dos catetos.

Solución

El cateto **opuesto** al ángulo de 30° : $\sin 30^\circ = \text{op}/10$, o sea $\text{op} = 10 \cdot 0,5 = 5 \text{ cm}$.

El **contiguo**: $\cos 30^\circ = \text{cont}/10$, o sea $\text{cont} = 10 \cdot 0,866 \approx 8,66 \text{ cm}$.

Comprobación con Pitágoras: $5^2 + 8,66^2 \approx 25 + 75 = 100 = 10^2$. Cierra.

13 Una escalera de 4 m apoyada en la pared forma 60° con el suelo. ¿A qué altura llega y a qué distancia está el pie de la pared?

Solución

La escalera es la hipotenusa y la altura es el cateto opuesto a los 60° .

Altura = $4 \cdot \sin 60^\circ = 4 \cdot 0,866 \approx 3,46 \text{ m}$.

Distancia al pie = $4 \cdot \cos 60^\circ = 4 \cdot 0,5 = 2 \text{ m}$.

Comprobación: $3,46^2 + 2^2 \approx 12 + 4 = 16 = 4^2$.

14 Desde 20 m de un edificio se ve su parte alta con un ángulo de 40° . ¿Cuánto mide el edificio?

Solución

La altura es el cateto **opuesto** al ángulo y los 20 m el contiguo, así que toca la **tangente**.

$\text{tg } 40^\circ = \text{altura} / 20$, o sea $\text{altura} = 20 \cdot \text{tg } 40^\circ \approx 20 \cdot 0,839 \approx 16,8 \text{ m}$.

$\triangle$ El fallo típico es usar el seno: el seno necesita la hipotenusa, y aquí la hipotenusa no se conoce.