

1. Operaciones con números enteros

Calcula:

a) $5 - 6 - 3 + 8 =$

b) $2 - 1 - 6 + 3 - 9 + 5 =$

c) $1 + 7 - 10 + 8 - 9 - 2 =$

d) $13 - 15 + 14 - 22 + 8 =$

e) $18 - 16 + 15 - 6 - 10 + 13 =$

f) $26 - 8 - 13 + 21 - 11 =$

g) $10 - 14 + 19 + 15 - 13 - 17 =$

h) $25 - 17 + 8 + 31 - 33 - 17 =$

i) $81 - 52 + 16 + 12 - 74 =$

j) $63 - 47 + 21 - 18 - 15 =$

Calcula:

a) $5 + (6 - 10 - 8 - 3) =$

b) $24 - (8 + 3 - 6) =$

c) $13 + (5 - 6) - (8 - 3) =$

d) $(8 - 4 + 1) - (6 - 10) =$

e) $(1 - 6 + 12) + (3 - 7 - 8) =$

f) $(2 - 4 + 7 - 5) - (6 + 2 - 10) =$

g) $(8 - 10) - (4 + 8) - (5 - 7) =$

h) $16 + (7 - 10) - (5 - 8 + 1) + (3 - 9) =$

Calcula:

a) $13 - [6 - (8 - 5) + (3 - 11)] =$

b) $(5 - 3 + 8) + [(7 - 10 + 4) - (6 - 6 + 8)] =$

c) $[8 - (5 - 7)] - [6 - (8 - 12)] =$

d) $15 - [12 + (3 - 8)] - [5 - (8 - 13)] =$

Calcula:

a) $(+5) \cdot (+2) =$

b) $(-3) \cdot (+8) =$

c) $(+4) \cdot (-5) =$

d) $(-7) \cdot (-2) =$

e) $(-1) \cdot (+4) =$

f) $(+3) \cdot (+7) =$

g) $(-12) \cdot (-4) =$

h) $(+11) \cdot (-5) =$

i) $(-10) \cdot (-12) =$

j) $(+6) : (+3) =$

k) $(-10) : (+5) =$

l) $(+18) : (-2) =$

m) $(-24) : (-8) =$

n) $(-30) : (+6) =$

ñ) $(-20) : (-10) =$

o) $(+45) : (+15) =$

p) $(-75) : (+25) =$

q) $(+63) : (-21) =$

Calcula:

a) $(-2) \cdot (-4) \cdot (-3) =$

b) $(-5) \cdot (+2) \cdot (-4) =$

c) $(-12) : (-2) : (-3) =$

d) $(+20) : (-10) : (+2) =$

d) $(+20) : [(-10) : (+2)] =$

e) $(-40) : (-10) \cdot (+2) =$

f) $(-40) : [(-10) \cdot (+2)] =$

g) $[(+5) \cdot (-9)] : [(-15) \cdot (-3)] =$

Efectúa:

a) $8 - 3 \cdot 5 + 10 =$

b) $4 - 6 \cdot 3 + 5 =$

c) $2 \cdot 4 + 5 - 3 \cdot 4 =$

d) $14 - 3 \cdot 5 + 2 \cdot 6 =$

e) $5 \cdot 4 - 6 \cdot 3 - 2 \cdot 8 =$

f) $14 - 40 : 8 - 3 \cdot 2 =$

g) $48 : 6 - 3 \cdot 4 + 12 : 4 =$

h) $15 : 3 - 5 + 8 \cdot 2 =$

i) $18 - 6 \cdot 4 + 24 : 8 =$

j) $25 - 17 \cdot 2 + 30 : 15 =$

k) $18 - 3 \cdot (6 - 4) =$

l) $3 \cdot (6 - 2) - 14 =$

m) $5 \cdot 3 - 12 - 3 \cdot (5 - 3) =$

n) $12 - 5 \cdot (6 - 7) - 3 \cdot 6 =$

ñ) $2 + 3 \cdot (1 - 5) - (2 - 5) =$

Calcula:

a) $4 \cdot (2 - 5) + 2 \cdot (5 - 7) - 3 \cdot (6 - 8) =$

b) $2 \cdot (3 - 9) - 6 \cdot (5 - 6) - 4 \cdot (8 - 9) =$

c) $(8 - 3 - 6 + 2) \cdot (5 - 4 - 3) =$

d) $(10 - 6 - 3) \cdot (12 - 4 - 3 + 1) =$

e) $(12 - 3 - 10) \cdot (4 - 2) - (5 - 6) \cdot (8 - 3) =$

f) $(6 - 10) \cdot (11 - 13 + 7) - (4 - 6 + 5) \cdot (1 - 7 - 4) =$

g) $(3 - 7) \cdot (2 - 5) + (4 - 7) \cdot (10 - 4) =$

h) $(8 - 4) \cdot (5 - 8) \cdot (6 - 9) - (2 - 8) \cdot (4 - 10) =$

i) $18 - 3 \cdot (12 - 15) + 3 \cdot (6 - 4) \cdot (5 - 9) =$

j) $25 + 5 \cdot (6 - 8) - 4 \cdot (2 - 5) \cdot (5 - 7) =$

k) $26 - 5 \cdot [10 + 4 \cdot (5 - 6)] =$

l) $18 + 3 \cdot [25 - 6 \cdot (8 - 3)] =$

m) $2 \cdot (5 - 7) - 2 \cdot [8 - 4 \cdot (5 - 3)] =$

n) $9 \cdot (8 - 3) - 6 \cdot [2 - (6 - 8) \cdot 4] =$

ñ) $2 \cdot [22 + 5 \cdot (4 - 2 \cdot 5)] + 18 =$

o) $6 \cdot [12 - 4 \cdot (13 - 6 \cdot 2)] - 35 =$

p) $[6 + 2 \cdot (3 - 5)] - [4 - 3 \cdot (8 - 6)] =$

q) $[3 + 5 \cdot (8 - 9)] - [7 - 4 \cdot (5 - 3)] =$

2. Divisibilidad.

1. Busca entre los siguientes números los que son múltiplos de 13. Justifica tus respuestas.

78 ; 83 ; 325 ; 813 ; 962 ; 1079

2. Sabiendo que $51 \cdot 29 = 1479$, completa las siguientes frases:

- a) 51 es de 1479.
- b) 1479 es de 51.
- c) 29 es de 1479.
- d) 1479 es de 29.

3. Escribe los seis primeros múltiplos de 25.

4. Escribe los tres términos que siguen en esta serie:

43 – 86 – 129 – 172 – 215 – – –

¿Qué número, distinto del uno, es divisor de todos los términos de la serie?

5. Señala qué afirmaciones son verdaderas y cuáles son falsas.

- a) 47 es divisor de 470
- b) 30 es divisor de 100
- c) 21 es divisor de 231
- d) 15 es divisor de 726
- e) 62 es divisor de 1426
- f) 71 es divisor de 1771

6. ¿Por qué número hay que multiplicar a 42 para obtener 714? Escribe dos divisores de 714.

7. Escribe los dos múltiplos de 55 más próximos a 1000.

8. Escribe cinco múltiplos consecutivos de 11 que sean mayores que 500.

9. Escribe cinco múltiplos de 20 inmediatamente anteriores a 2000.

10. Busca un múltiplo de 222 cuyas cifras sumen 24.

11. ¿El número 1414 es múltiplo de 14? ¿Es 1616 múltiplo de 16?

12. Escribe cuatro divisores de 1313.

13. ¿Cuál es el mayor divisor de 1000 distinto de 1000?

14. ¿Cuál es el mayor divisor de 309 distinto de 309?

15. Busca todas las formas posibles de envasar 40 litros de aceite en garrafas iguales cuya capacidad sea un número exacto de litros.

16. Busca todas las formas posibles de apilar 36 ladrillos iguales en columnas de la misma altura.

17. Escribe todos los divisores de 72.

18. Escribe todos los divisores de 4949.

19. Los números 22 y 33 son múltiplos de 11.

- a) ¿Es múltiplo de 11 su suma?
- b) ¿Es múltiplo de 11 su diferencia?

20. el número 165 es múltiplo de 55 $\rightarrow 165 = 55 \cdot 3$; además 55 es múltiplo de 11 $\rightarrow 55 = 11 \cdot 5$
¿es 165 múltiplo de 11?

21. Busca un número, M, que sea múltiplo de 21, después busca otro número, K, múltiplo de M.
¿Es K múltiplo de 21?

22. Decide si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones:

- a) Si a un múltiplo de 6 le sumamos 12, obtenemos otro múltiplo de 6.
- b) Si a un múltiplo de 6 le sumamos 13, obtenemos otro múltiplo de 6.
- c) La diferencia de dos múltiplos de 5, distintos, es igual o mayor que 5.
- d) Cualquier número que sea múltiplo de 15 es también múltiplo de 3.
- e) Si un número es divisor de 12, también es divisor de 24.

23. Completa la cifra de las unidades en cada número, de todas las formas posibles, para que sea múltiplo de 2 y de 3, simultáneamente.

- a) 21__ , b) 26__ , c) 77__ , d) 83__

24. Averigua, sin dividir, cuáles de los siguientes números son múltiplos de 6.

356 , 246 , 1110 , 1111 , 6543 , 720

25. Investiga.

- a) Escribe los diez primeros múltiplos de 25.
- b) Observa y anota las dos últimas cifras de cada uno.
- c) Escribe el criterio de divisibilidad por 25.

26. ¿Qué condición ha de cumplir un número para ser múltiplo de 100? ¿Y para ser múltiplo de 50?

27. Escribe todos los números primos menores que 50.

28. Indica cuáles de los siguientes números son primos (justifica tu respuesta)

55 , 57 , 59 , 61 , 76 , 79 , 87 , 91 , 93 , 101 , 103 , 115

29. Descompón los siguientes números en un producto con el máximo número de factores.

16 , 30 , 45 , 100 , 3030

30. Descompón el número 1001 en un producto de tres factores.

31. Determina que afirmaciones son verdaderas y cuáles son falsas.

- a) La suma de dos números primos es otro número primo.
- b) El producto de dos números primos es otro número primo.
- c) El siguiente de un número primo mayor que 2 jamás es primo.
- d) Todos los números primos, excepto el 2, son impares.

32. Descompón en factores primos los siguientes números.

20 , 27 , 63 , 110 , 77 , 120 , 143 , 540 , 720 , 819 , 1000

33. La descomposición de un número en factores primos es $N = 2^2 \cdot 5 \cdot 11$, contesta sin hacer ninguna operación:

- a) ¿Es N múltiplo de 4?
- b) ¿Es N múltiplo de 22?
- c) ¿Es 10 divisor de N ?
- d) ¿Es 15 divisor de N ?

34. Un número se descompone así: $M = 2 \cdot 3^2 \cdot 7$; escribe en forma de factores primos:

- a) Tres múltiplos de M .
- b) Tres divisores de M .

35. Sin hacer ninguna operación, escribe factorizados todos los divisores de $K = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$.

Calcula mentalmente:

- | | | |
|---------------------|---------------------|---------------------|
| a) m.c.m.(6 , 9)= | b) m.c.m.(10 , 15)= | c) m.c.m.(40 , 50)= |
| d) m.c.m.(50 , 75)= | e) m.c.m.(12 , 18)= | f) m.c.m.(4 , 8)= |

Calcula:

- | | | |
|-----------------------|--------------------------|-------------------------|
| a) m.c.m.(18 , 24)= | b) m.c.m.(30 , 50)= | c) m.c.m.(24 , 54)= |
| d) m.c.m.(100 , 120)= | e) m.c.m.(12 , 15 , 18)= | f) m.c.m.(8 , 16 , 32)= |

Calcula mentalmente:

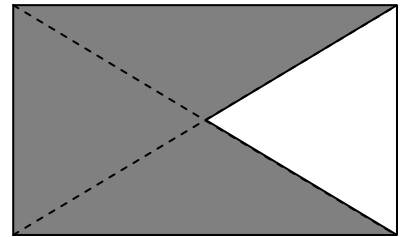
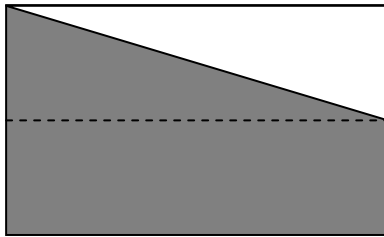
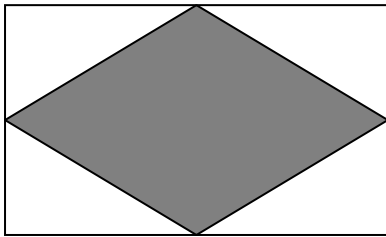
- | | | |
|---------------------|---------------------|---------------------|
| a) M.C.D.(8 , 10)= | b) M.C.D.(8 , 12)= | c) M.C.D.(15 , 25)= |
| d) M.C.D.(40 , 60)= | e) M.C.D.(12 , 18)= | f) M.C.D.(9 , 18)= |

Calcula:

- | | | |
|-----------------------|--------------------------|--------------------------|
| a) M.C.D.(18 , 24)= | b) M.C.D.(14 , 21)= | c) M.C.D.(24 , 54)= |
| d) M.C.D.(100 , 120)= | e) M.C.D.(16 , 24 , 40)= | f) M.C.D.(10 , 20 , 40)= |

3. Números fraccionarios.

1. Tomando el rectángulo como unidad, asocia una fracción a cada figura sombreada.



2. Calcula:

a) $\frac{2}{5}$ de 60 =

b) $\frac{6}{5}$ de 18 =

c) $\frac{7}{5}$ de 75 =

d) $\frac{2}{5}$ de 750 =

3. Completa los huecos con un número:

a) $\frac{2}{5}$ de ____ = 10

b) $\frac{5}{6}$ de ____ = 25

c) $\frac{2}{3}$ de ____ = 120

4. Escribe cinco fracciones equivalentes a $\frac{10}{12}$.

5. Coloca en cada casilla el signo "=" o el signo "≠" según proceda, en cada par de fracciones.

a) $\frac{1}{3}$ $\frac{2}{6}$

b) $\frac{3}{5}$ $\frac{6}{15}$

c) $\frac{6}{8}$ $\frac{9}{12}$

d) $\frac{4}{9}$ $\frac{10}{15}$

e) $\frac{8}{16}$ $\frac{3}{6}$

f) $\frac{14}{10}$ $\frac{63}{45}$

6. Escribe una fracción equivalente a $\frac{2}{3}$ que tenga por denominador 18.

7. Escribe una fracción equivalente a $\frac{6}{15}$ que tenga por numerador 4.

8. Busca el término desconocido en cada par de fracciones equivalentes.

a) $\frac{3}{5} = \frac{18}{x}$

b) $\frac{6}{8} = \frac{x}{20}$

c) $\frac{21}{49} = \frac{24}{x}$

d) $\frac{20}{30} = \frac{x}{21}$

9. Encuentra las fracciones irreducibles equivalentes a las dadas.

a) $\frac{20}{24} =$

b) $\frac{18}{30} =$

c) $\frac{4}{60} =$

d) $\frac{14}{42} =$

e) $\frac{120}{160} =$

f) $\frac{23}{161} =$

g) $\frac{15}{25} =$

h) $\frac{9}{18} =$

i) $\frac{17}{51} =$

j) $\frac{60}{84} =$

k) $\frac{45}{60} =$

l) $\frac{13}{143} =$

m) $\frac{20}{70} =$

n) $\frac{28}{98} =$

ñ) $\frac{15}{30} =$

o) $\frac{12}{20} =$

p) $\frac{54}{90} =$

q) $\frac{96}{120} =$

10. Reduce a común denominador los siguientes conjuntos de fracciones.

a) $\frac{1}{3}, \frac{8}{15}, \frac{2}{9}$

b) $\frac{1}{5}, \frac{1}{2}, \frac{5}{6}, \frac{7}{15}$

c) $\frac{5}{8}, \frac{5}{12}, \frac{1}{4}, \frac{3}{4}$

d) $\frac{2}{5}, \frac{3}{25}, \frac{9}{10}, \frac{13}{20}$

11. Ordena de menor a mayor las siguientes fracciones.

$$\frac{5}{6}, \frac{5}{12}, \frac{2}{3}, \frac{3}{8} \text{ y } \frac{1}{4}$$

12. Calcula mentalmente:

a) $1 - \frac{1}{2} =$

b) $2 - \frac{1}{2} =$

c) $2 + \frac{1}{2} =$

d) $1 - \frac{1}{4} =$

e) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} =$

f) $\frac{3}{4} - \frac{1}{2} =$

g) $1 - \frac{1}{3} =$

h) $\frac{1}{3} - \frac{1}{6} =$

i) $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} =$

13. Calcula mentalmente y completa el término que falta:

a) $1 - \quad = \frac{1}{2}$

b) $\frac{2}{5} + \quad = 1$

c) $\frac{7}{5} + \quad = 2$

d) $\frac{3}{4} + \quad = 1$

e) $1 - \quad = \frac{3}{7}$

f) $\frac{1}{4} - \quad = \frac{1}{8}$

g) $\frac{3}{5} + \quad = 3$

h) $\frac{1}{6} + \quad = \frac{1}{3}$

i) $\frac{1}{6} + \quad = \frac{1}{2}$

j) $\frac{-3}{4} + \frac{6}{8} =$

k) $\frac{2}{5} + \quad = 0$

l) $\frac{2}{6} + \frac{-3}{9} =$

14. Calcula:

a) $\frac{3}{2} - \frac{3}{10} - \frac{3}{5} =$

b) $\frac{1}{2} - \frac{3}{4} - \frac{2}{3} + 1 =$

c) $1 - \frac{2}{3} + \frac{2}{5} - \frac{7}{15} =$

d) $\frac{7}{12} + \frac{4}{9} - \frac{1}{2} + \frac{3}{4} - \frac{7}{6} =$

e) $\frac{1}{11} - \frac{13}{22} - \frac{1}{4} + 1 =$

f) $\frac{4}{7} + \frac{1}{2} - \frac{8}{21} - \frac{5}{14} =$

15. Calcula:

a) $\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{7} =$

b) $\frac{-2}{5} \cdot \frac{15}{4} =$

c) $\frac{6}{25} \cdot \frac{5}{3} =$

d) $\frac{3}{4} \cdot 2 =$

e) $(-8) \cdot \frac{5}{4} =$

f) $\frac{5}{6} \cdot 21 =$

g) $\frac{3}{5} \cdot \frac{6}{10} =$

h) $\frac{2}{7} \cdot \frac{7}{2} =$

i) $40 \cdot \frac{1}{-4} =$

j) $\frac{3}{5} : \frac{2}{7} =$

k) $\frac{2}{7} : \frac{4}{21} =$

l) $\frac{4}{21} : \frac{2}{7} =$

m) $6 : \frac{1}{2} =$

n) $\frac{3}{-5} : 3 =$

ñ) $\frac{4}{7} : \left(-\frac{2}{3}\right) =$

o) $\frac{5}{8} : \frac{10}{16} =$

p) $\frac{4}{6} : \frac{6}{9} =$

q) $\frac{-7}{5} : \left(-\frac{14}{3}\right) =$

16. Calcula:

a) $\frac{5}{8}$ de 40 =

b) $\frac{2}{9}$ de 6 =

c) $\frac{2}{5}$ de $\frac{3}{4}$ =

d) La mitad de un tercio

e) $\frac{\frac{3}{4}}{\frac{1}{2}}$ =

f) $\frac{\frac{1}{5}}{\frac{3}{10}}$ =

g) $\frac{\frac{5}{3}}{(-10)}$ =

h) $\frac{\frac{6}{12}}{\frac{5}{5}}$ =

17. Calcula y simplifica el resultado.

a) $\frac{7}{6} - \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) =$

b) $2 - \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) =$

c) $\frac{6}{7} + \left(\frac{3}{7} - \frac{11}{14}\right) =$

d) $\left(\frac{5}{6} + \frac{2}{5}\right) - \left(\frac{3}{5} + \frac{1}{6}\right) =$

e) $\left(\frac{3}{4} + \frac{2}{5} + 1\right) - \left(2 - \frac{7}{5}\right) =$

f) $\left(5 - \frac{7}{2}\right) - \left(3 + \frac{1}{4}\right) + \left(2 - \frac{3}{8}\right) =$

g) $\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right) - \left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}\right) =$

h) $\left(\frac{11}{12} - \frac{3}{4} + \frac{1}{8}\right) - \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3} - \frac{5}{4}\right) =$

i) $2 \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{6}\right) =$

j) $2 : \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right) =$

k) $\left(\frac{2}{5} - \frac{1}{3}\right) \cdot 5 =$

l) $\left(2 - \frac{3}{4}\right) : 5 =$

m) $\frac{3}{7} : \left(1 - \frac{1}{7}\right) =$

n) $\frac{1}{8} \cdot \left(3 - \frac{5}{3}\right) =$

ñ) $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3}\right) =$

o) $\left(1 - \frac{1}{5}\right) : \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{10}\right) =$

p) $\left(5 - \frac{1}{2} - \frac{7}{3}\right) : \left(\frac{6}{5} - \frac{1}{3}\right) =$

q) $\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{8}\right) \cdot \left(2 - \frac{10}{13}\right) =$

18. Opera y simplifica.

a) $3 \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) - 2 \cdot \left(2 - \frac{1}{3}\right) =$

b) $\frac{1}{2} \cdot \left(1 + \frac{2}{5}\right) + 2 \cdot \left(1 - \frac{3}{5}\right) =$

c) $\frac{2}{3} \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3}\right) - 2 \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{4}{9}\right) =$

d) $\frac{5}{11} \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{10}\right) + \frac{3}{5} \cdot \left(1 + \frac{4}{11}\right) =$

e) $\frac{3}{4} \cdot \left[\frac{6}{5} - \frac{2}{7} \cdot \left(1 + \frac{2}{5}\right)\right] =$

f) $\frac{3}{11} - \frac{1}{3} \cdot \left[2 - \frac{7}{11} \cdot \left(2 + \frac{2}{7}\right)\right] =$

19. Reduce:

a) $\frac{\frac{1}{3}}{\frac{2}{3} - \frac{2}{5}} =$

b) $\frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{5}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{5}} =$

c) $\frac{2 \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{5}\right)}{7 \cdot \left(\frac{4}{3} - 1\right)} =$

d) $\frac{\frac{3}{4} \cdot \left(1 - \frac{9}{11}\right)}{\frac{6}{5} \cdot \left(1 - \frac{17}{22}\right)} =$

Potencias.

1. Elimina los paréntesis.

a) $(3a)^4 =$

b) $(-2x)^5 =$

c) $(3xy)^2 =$

d) $\left(\frac{2}{3}x\right)^2 =$

e) $\left(\frac{-a}{2}\right)^4 =$

f) $\left(\frac{-2a}{3b}\right)^4 =$

2. Calcula:

a) $9^2 : 3^2 =$

b) $\left(\frac{-1}{3}\right)^2 \cdot 3^2 =$

c) $\left(\frac{2}{3}\right)^4 \cdot 6^4 =$

d) $\left(\frac{1}{8}\right)^2 \cdot 4^2 =$

e) $\left(\frac{3}{5}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{3}\right)^3 =$

f) $25^2 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^2 =$

3. Simplifica:

a) $x^3 \cdot x^4 =$

b) $a^2 \cdot a^3 \cdot a^5 =$

c) $a^6 : a^4 =$

d) $\left(\frac{a}{b}\right)^2 \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^3 =$

e) $\left(\frac{1}{a}\right)^5 : \left(\frac{1}{a}\right)^3 =$

f) $\left(\frac{2}{x}\right)^6 : \left(\frac{2}{x}\right)^5 =$

g) $(x^6 : x^4) : x^2 =$

h) $x^6 : (x^4 : x^2) =$

i) $\left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 =$

j) $\left(\frac{2}{7}\right)^5 : \left(\frac{2}{7}\right)^4 =$

k) $\frac{3x^6}{81x^4} =$

l) $\frac{3^2}{x^3} \cdot \frac{x^2}{3^3} =$

m) $x^2 \cdot x^2 \cdot x^2 =$

n) $(x^2)^3 =$

ñ) $(x^2)^5 =$

o) $[(-x)^5]^2 =$

p) $[(2x)^3]^3 : (2x)^5 =$

q) $(a^4)^2 : \left[\left(\frac{1}{a}\right)^2\right]^2 =$

r) $(3^2)^3 =$

s) $[(-2)^2]^4 =$

t) $\left[\left(\frac{1}{2}\right)^2\right]^5 \cdot 2^6 =$

u) $\left[\left(\frac{4}{5}\right)^2\right]^2 \cdot \left(\frac{5}{4}\right)^3 =$

v) $(3^2)^2 : 3^3 =$

w) $\left(\frac{2}{3}\right)^7 : \left[\left(\frac{2}{3}\right)^2\right]^3 =$

x) $\left(\frac{3}{a}\right)^5 \cdot \left(\frac{a^3}{3}\right)^3 =$

y) $\left(\frac{a}{b^2}\right)^4 \cdot \left(\frac{b^3}{a^2}\right)^3 =$

z) $\left(\frac{3^2}{5}\right)^4 \cdot \left(\frac{5}{3}\right)^4 =$

4. Calcula:

a) $2^{-3} =$

b) $5^0 =$

c) $(-3)^{-2} =$

d) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3} =$

e) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} =$

f) $\left(\frac{2}{5}\right)^0 =$

g) $\frac{1}{3^{-2}} =$

h) $\frac{2^3}{2^{-2}} =$

i) $\left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-4} =$

j) $\left(\frac{1}{3}\right)^3 : \left(\frac{1}{3}\right)^5 =$

k) $\frac{(2^2)^3}{4^2} =$

l) $\left[\frac{1}{(-2)^{-3}}\right]^2 =$

Notación científica.

1. Expresa en forma de potencia.

a) $10000 =$

b) $100000 =$

c) $1000000 =$

d) $0,0001 =$

e) $0,00001 =$

f) $0,000001 =$

2. Expresa en forma decimal.

a) $10^7 =$

b) $10^8 =$

c) $10^{10} =$

d) $10^{-5} =$

e) $10^{-7} =$

f) $10^{-10} =$

3. Escribe una aproximación de las siguientes cantidades, mediante el producto de un número de dos cifras por una potencia de 10.

a) $62851600000 =$

b) $254800000 =$

c) $3914268000000 =$

d) $0,00017452$

e) $0,00000199 =$

f) $0,000000539648 =$

4. Escribe una aproximación abreviada de las siguientes cantidades:

a) La distancia de la Tierra al sol $\rightarrow 150\,000\,000\text{ km}$

b) El número de átomos que hay en un gramo de oxígeno $\rightarrow 37643750\,000\,000\,000\,000\,000\,000\text{ átomos}$

c) El tiempo que tarda la luz en recorrer un kilómetro $\rightarrow 0,00000333\text{ segundos}$

d) La masa de una molécula de agua $\rightarrow 0,00000000000000000000000002982\text{ gramos}$

5. Expresa en forma decimal.

a) La edad del universo: $2 \cdot 10^{10}$ años

b) La masa de un electrón: $91 \cdot 10^{-29}$ gramos

4. Problemas de aritmética.

1. Un vendedor ambulante compra una partida de pañuelos a 60 € la docena. Vende la mitad a 8 € la unidad y la otra mitad a 9 € la unidad. De esta forma recauda 510 €. ¿Cuántos pañuelos compró? ¿Cuál fue la ganancia?
2. Un comerciante compra un rollo de tela a 9€ el metro. Vende la tercera parte a 10 €/m y el resto a 12 €/m. Si la ganancia es de 70 €, ¿cuántos metros tiene el rollo de tela?
3. Un coche y un camión salen simultáneamente de la población A para ir a la población B. El coche va a 100 km/h y el camión a 80 km/h. ¿Cuál es la distancia entre A y B, sabiendo que el coche llega con una ventaja de 3 minutos?
4. Un caminante parte de su aldea hacia la aldea vecina, a una velocidad de 5 km/h. Un cuarto de hora después sale un ciclista, a 24 km/h, con la intención de hacer el mismo recorrido. ¿Cuál es la distancia entre ambas poblaciones, sabiendo que el ciclista llega 23 minutos antes que el peatón?
5. Andrea entra en el supermercado y observa que le faltan 10 € para comprar 6 CD de música, pero si comprase sólo dos, le sobrarían 20 €. ¿Cuánto cuesta un CD y cuánto dinero lleva Andrea?
6. Rosa. Pepe y Ana van a la frutería. Rosa compra un kilo de fresas y otro de cerezas y paga 8 €. Pepe se gasta 5 € en un kilo de fresas y uno de ciruelas. Ana compra un kilo de cerezas y otro de ciruelas, paga con un billete de 10 € y le devuelven 3 €. ¿Cuál es el precio de un kilo de ciruelas?
7. El responsable de compras de una empresa de transportes dispone de un presupuesto de cincuenta mil euros para comprar dos furgonetas. Tras estudiar el mercado, ha seleccionado tres modelos: A, B y C. Si compra los modelos A y B, le sobran 2500 €. Si compra A y C, le sobran 1000 €. Si compra B y C, le sobran 3500 €. ¿Cuánto cuesta cada modelo?
8. De un número sabemos que:
 - ✚ Es mayor que 200 y menor que 250.
 - ✚ Deja un resto de 2 unidades al dividirlo entre 7.
 - ✚ La suma de sus tres cifras es múltiplo de 12.¿De qué número se trata?
9. ¿Cuántos números entre 1000 y 2000, son a la vez capicúas y múltiplos de 11?
10. ¿Qué número es múltiplo de 11 y de 13 y sus cifras suman dos unidades?
11. Un almacenista compra huevos en bandejas de 50 unidades y las envasa en recipientes de una docena. ¿Cuál es el mínimo número de bandejas que debe comprar para llevar un número exacto de recipientes?
12. Una familia hace la colada cada 6 días y limpia los cristales cada 9 días. ¿Cada cuánto tiempo coinciden ambas tareas en el mismo día?
13. Un granjero compra pienso a 0,63 € el kilo y lo paga mediante la entrega de huevos que se cotizan a 1,05 € la docena. ¿Cuál es la relación entre los kilos de pienso que recibe y las docenas de huevos que entrega? (Expresa esa relación mediante dos números enteros).

14. Se desea cubrir el suelo de una habitación de 2,4 m de ancho por 3,8 m de largo con baldosas cuadradas lo más grandes que sea posible, utilizando un número exacto de baldosas. ¿Cuál debe ser el tamaño de las baldosas?
15. Se quieren envasar 42 botes de conserva de melocotón y 30 botes de conserva de piña en cajas iguales lo más grandes que sea posible y de forma que cada caja contenga un solo tipo de fruta. ¿Cuántos botes deben ir en cada caja?
16. El cociente de dos números es $\frac{2}{3}$ y su máximo común divisor es 6. ¿Cuáles son esos números?
17. El cociente de dos números es $\frac{2}{3}$ y su mínimo común múltiplo es 60. ¿Cuáles son esos números?
18. Francisco ha gastado $\frac{7}{10}$ del dinero que llevaba en una entrada para un concierto. Si aún le quedan 4,5 €, ¿cuánto dinero tenía antes de comprar la entrada?
19. ¿Cuántos minutos son $\frac{3}{5}$ de hora?
20. ¿Qué fracción de hora son 24 minutos?
21. La receta de una tarta incluye 225 gramos de azúcar, que suponen $\frac{3}{16}$ del peso total. ¿Cuánto pesa la tarta?
22. Tres cuartos de kilo de queso cuestan lo mismo que dos quintos de kilo de jamón. Si el jamón está a 30 €/kg, ¿a cuánto está el queso?
23. En la clase de 2º A hay 6 alumnos y alumnas más que en la clase de 2º B. La clase de 2º B contiene $\frac{4}{9}$ del total de los alumnos y alumnas de 2º. ¿Cuántos alumnos y alumnas hay en cada clase?
24. El paso de cierta persona equivale a $\frac{7}{8}$ de metro. ¿Qué distancia recorre con 1000 pasos? ¿Cuántos pasos debe dar para recorrer una distancia de 1400 metros?
25. En un frasco de jarabe caben $\frac{3}{8}$ de litro. ¿Cuántos frascos se pueden llenar con cuatro litros y medio de jarabe?
26. Un laboratorio comercializa perfume en frascos que tienen una capacidad de $\frac{3}{20}$ de litro. ¿Cuántos litros de perfume se han de fabricar para llenar 1000 frascos?

27. Un reloj se retrasa un tercio de segundo cada cinco minutos. ¿Cuánto se retrasa en una semana?
28. Un tractor avanza cuatro metros y dos quintos de metro por cada vuelta que da la rueda grande. Si su velocidad es de 30 km/h, ¿cuántas vueltas da la rueda en un minuto?
29. La aguja horaria de un reloj avanza $\frac{1}{15}$ de vuelta cada hora. ¿Se adelanta o se retrasa el reloj? ¿Cuánto?
30. Un hortelano planta $\frac{1}{4}$ de su huerta de tomates, $\frac{2}{5}$ de alubias y el resto, que son 280 m², de patatas. ¿Qué fracción ha plantado de patatas? ¿Cuál es la superficie total de la huerta?
31. Tres socios montan un negocio. El primero aporta $\frac{3}{5}$ del capital necesario, el segundo $\frac{1}{6}$ y el tercero, el resto, que son 14000 €. ¿A cuánto asciende el total de la inversión realizada?
32. Una familia gasta $\frac{3}{7}$ de sus ahorros en comprar una parcela de terreno y $\frac{2}{5}$ en construir una vivienda. ¿Cuánto tenían ahorrado, sabiendo que aún disponen de 13500 €?
33. Un camión cubre la distancia entre dos ciudades en tres horas. En la primera hora hace $\frac{3}{8}$ del trayecto, en la segunda hora hace los $\frac{2}{3}$ de lo que queda y en la tercera, los 80 kilómetros restantes. ¿Cuál es la distancia total recorrida?
34. Un jugador pierde en su primera jugada $\frac{1}{5}$ de su dinero, en la segunda pierde $\frac{2}{3}$ de lo que le quedaba y en la tercera, apuesta el resto y gana, doblándolo. Si en ese momento se retira y tiene 20,80 €, ¿con cuánto dinero empezó la partida?
35. Una piscina tiene dos desagües. El primero vacía en cinco horas y el segundo, en tres horas. ¿Qué fracción de piscina se vacía en una hora si se abren ambos desagües simultáneamente? ¿Cuánto tarda en vaciarse la piscina en ese caso?

5. Proporcionalidad.

1. Observa que en cada una de los siguientes casos se relacionan dos magnitudes directamente proporcionales y completa las tablas correspondientes.

Número de barras de pan vendidas en una panadería y coste de estas:

nº de barras	1	2	3		10		25	40	
Coste (en euros)	0,5	1		2,5		10			50

Tiempo transcurrido y distancia recorrida por un barco que navega a velocidad constante:

Tiempo (en horas)	1	2	2,5		5		
Distancia (en millas)	8	16		24		48	52

Número de camisas fabricadas y cantidad de botones que se utilizan:

nº de camisas	1	2		10	20			
nº de botones	11		33			1100	2200	3300

Número de segadores y superficie segada en un día:

nº de segadores	1	2	3	5				100
Superficie (ha)	0,2				2	5	10	

2. Di cuáles de los siguientes pares de magnitudes son directamente proporcionales y cuáles no lo son:

- ✚ Número de camisas de un determinado modelo que produce una fábrica y número de botones que utiliza.
- ✚ Número de comensales del comedor de un colegio y número de naranjas necesarias para el postre de un día.
- ✚ Número de habitantes de una población y número de días que duran unas determinadas reservas de agua.
- ✚ Longitud del lado de un cuadrado y superficie del cuadrado.
- ✚ Tiempo que dura un viaje a velocidad constante y distancia recorrida.
- ✚ Altura de una persona y peso de la misma persona.

3. Completa cada tabla para que los valores correspondientes resulten directamente proporcionales:

a)

A	1	2	3
B	5		

b)

U	1	2	3
V	2,5		

c)

K	2	3	15
H		15	

d)

P	1	2	3
T		9	

4. Averigua cómo se relaciona cada par de magnitudes, completa la tabla y di cuáles son directamente proporcionales y cuáles no:

Número de días que trabaja una cuadrilla de obreros y metros cuadrados de muralla construidos:

nº de días	1	2				25	
Superficie de muralla (m ²)	6		30	120	10		210

Peso transportado por un camión (en toneladas) y coste del viaje:

Peso (toneladas)	0	1	2	3	4			25
Coste (en euros)	200	220	240			300	400	

Número de pasos de teléfono consumidos e importe del recibo:

nº de pasos	0	100	200	300	400	
Recibo (en euros)	50	57	64			120

Número de personas que viven en una casa y tiempo que tardan en consumir el contenido del depósito de agua:

nº de personas	1	2			
Días que dura el agua	60	30	10	5	12

Número de vacas de una granja y tiempo que tardan en consumir una carga de heno:

nº de vacas	10	20	30	5	1
Días que dura el heno	30	15			

5. Tres sobres de cromos cuestan 3,75 €. ¿Cuánto cuesta un sobre? ¿Y cinco?
6. Sesenta metros de cable eléctrico cuestan 13,80 €. ¿Cuánto cuestan 100 metros de cable de la misma calidad y precio?
7. Un manantial ha arrojado 27 litros de agua en seis minutos. ¿Qué cantidad de agua recogeremos en una hora? ¿Cuánto tardará en llenar un depósito de 900 litros?
8. Trescientos gramos de carne cuestan 3,6 €. ¿Cuánto cuesta medio kilo?
9. Begoña ha pagado 4,8 € por 300 gramos de chorizo. ¿Cuánto pagará Guillermo por 350 gramos del mismo chorizo?
10. Cuatrocientos cincuenta gramos de calamares salen por 3,24 €. ¿A cómo está el kilo de calamares?
11. He pagado 1,32 € por una granada que pesaba 240 gramos. ¿Cuánto cuesta el kilo de granadas?

12. Escribe el signo "=" entre las razones que forman proporción y el signo "≠" entre las que no forman proporción:

a) $\frac{1}{3}$ $\frac{5}{15}$

b) $\frac{6}{9}$ $\frac{3}{2}$

c) $\frac{2}{5}$ $\frac{3}{7}$

d) $\frac{6}{4}$ $\frac{9}{6}$

e) $\frac{2}{7}$ $\frac{6}{21}$

f) $\frac{9}{4}$ $\frac{2}{6}$

13. Construye una proporción con los números de cada apartado:

a) 3, 6, 15, 30

b) 1, 5, 8, 40

c) 4, 12, 15, 5

d) 35, 2, 14, 5

14. Con los mismos números se pueden formar distintas proporciones. Forma cuatro proporciones diferentes con los números 2, 5, 6 y 15.

15. Calcula el término desconocido en cada una de las proporciones siguientes:

a) $\frac{10}{25} = \frac{6}{x}$

b) $\frac{4}{8} = \frac{5}{x}$

c) $\frac{8}{12} = \frac{10}{x}$

d) $\frac{16}{40} = \frac{18}{x}$

e) $\frac{91}{119} = \frac{26}{x}$

f) $\frac{35}{45} = \frac{x}{54}$

g) $\frac{27}{x} = \frac{24}{104}$

h) $\frac{x}{51} = \frac{42}{63}$

i) $\frac{31}{x} = \frac{93}{129}$

16. Un robot, en una cadena de montaje de automóviles, es capaz de poner 13 puntos de soldadura en 20 segundos. ¿Cuántos puntos de soldadura puede poner en una hora?

17. Una planta embotelladora llena 500 botellas en un cuarto de hora. ¿Cuántas botellas llenará en una jornada de 8 horas?

18. Un tren tarda 25 minutos en cubrir los 35 km que separan dos paradas. ¿Cuánto tardará en cubrir los 126 km que faltan hasta mi destino?

19. ¿Cuánto pesan 150 barras de pan si 80 barras pesan 32 kg?

20. Un grifo arroja 270 litros de agua en minuto y medio. ¿Cuánto tardará en llenar un depósito de 1800 litros?

21. Por un melón que pesaba 3 kilos y 650 gramos, he pagado 4,38 €. ¿Cuánto costará otro melón que pesa dos kilos y medio?

22. Completa las siguientes tablas de valores correspondientes a las magnitudes que se indican. Observa que en todos los casos se trata de magnitudes inversamente proporcionales.

Precio de las naranjas y número de kilos que puedo comprar con 10 €:

Precio (en €/kg)	0,4	0,5		1	
Kilos que puedo comprar	25		12,5		5

Número de sacos necesarios para envasar 800 kg de trigo y peso de cada saco:

nº de sacos	50		20	10	80
Peso de cada saco (en kg)	16	20			

Número de operarios que descargan un camión y tiempo que dura la descarga:

nº de operarios	2	1	3		8
Tiempo (en horas)	6			3	

Velocidad de un vehículo y tiempo que tarda en cubrir la distancia entre dos ciudades:

Velocidad (en km/h)	80	40			120
Tiempo (en horas)	3		12	4	

23. Indica cuáles de estos pares de magnitudes son inversamente proporcionales:

- ✚ Capacidad de un depósito y caudal para llenarlo en una hora.
- ✚ Número de caballos de una cuadra y tiempo que tardan en consumir una tonelada de pienso.
- ✚ Número de litros de una garrafa de aceite y precio de la garrafa.
- ✚ Distancia entre dos ciudades y tiempo que tarda un vehículo en hacer el recorrido.
- ✚ Número de días que tarda una fábrica en cumplir un pedido y número de horas que trabaja al día.

24. Completa las siguientes tablas sabiendo que corresponden a magnitudes inversamente proporcionales.

a)

A	24	12	4	1
B	5			

b)

M	1	2	3	4
N	60			

c)

K	20	40	100	4
H	10			

d)

U	36	18	12	6
V	1			

25. Escribe distintas proporciones con los pares de valores de esta tabla. Observa que las magnitudes son inversamente proporcionales:

Velocidad (en km/h)	100	60	50	120
Tiempo (en horas)	90	15	18	7,5

26. Tres máquinas cortacésped tardan cuatro horas en segar un parque. ¿Cuánto tardarían dos máquinas?
27. Las 20 vacas de una granja consumen una carga de alfalfa en 6 días. ¿Cuánto duraría esa misma carga si hubiera 30 vacas?
28. Dando saltos de seis metros, una gacela necesita 18 saltos para atravesar un claro del bosque. ¿Cuántos saltos necesita un lince que avanza cuatro metros por salto?
29. Un pilón lleno de agua se vacía en 50 minutos cuando se abren 6 bocas de riego. ¿Cuánto tardará en vaciarse si sólo se abren 4 bocas de riego?
30. ¿Cuántos operarios son necesarios para hacer un trabajo en 10 días sabiendo que 15 operarios lo hacen en 14 días?
31. Con el contenido de una cisterna de aceite se pueden llenar 600 garrafas de 5 litros. ¿Cuántas botellas de dos litros se pueden llenar con esa misma cisterna?
32. Un coche, a una media de 70 km/h, hace un viaje en 6 horas. ¿Cuánto invertirá en el viaje de vuelta si circula a una media de 100 km/h?
33. Un tren, viajando a una velocidad media de 100 km/h, tarda 17 horas en cubrir cierto trayecto internacional. Tras una mejora en las vías, se espera disminuir el tiempo del trayecto en dos horas y cincuenta minutos. ¿Qué velocidad media sacaría el tren en ese caso?
34. Una fábrica de confección, trabajando 8 horas al día, tarda cinco días en servir un pedido de dos mil camisas. ¿Cuánto tardaría si trabajara 10 horas diarias?
35. En una balsa se agrupan 24 náufragos con reservas de agua para 18 días, pero recogen a tres náufragos más. ¿Para cuánto tiempo les llegará el agua en esta nueva situación?
36. Poniendo una farola cada 45 metros, se necesitan 84 farolas para iluminar una calle, pero sólo se dispone de 80 farolas. ¿A qué distancia deben situarse unas de otras?
37. Un granjero tiene pienso almacenado para alimentar a sus 22 vacas durante 18 días. ¿Cuánto le duraría el pienso si comprase 11 vacas más? ¿Y si vendiera 4 vacas?
38. Un capataz, que dispone de 12 operarios, calcula que tardará 20 días en terminar cierto trabajo. ¿Cuántos operarios deberá contratar para terminar el trabajo en 15 días?
39. Para embotellar un bidón de cierto producto químico, se han empleado 132 botellas de un tercio de litro. ¿Cuántas botellas se habrían necesitado si la capacidad de cada una fuera de 200 cm³?
40. Para alimentar a seis perros se necesitan 24 kg de pienso a la semana. ¿Cuánto pienso semanal se necesita para alimentar a 11 perros de la misma raza?
41. Con un saco de pienso se alimenta a 12 caniches durante 20 días. ¿Cuánto durará un saco de pienso si se ha de alimentar a 30 caniches?
42. Una cuadrilla de 8 recolectores necesita 9 días para recoger la uva de un viñedo. ¿Cuántos obreros se necesitan para realizar la tarea en 6 días?
43. Una cuadrilla de 8 trabajadores siegan 9 ha de alfalfa al día. ¿Qué superficie diaria segarán 6 operarios?

44. Una mecanógrafa escribe tres páginas cada cuarto de hora. ¿Cuánto tardará en mecanografiar un libro de 483 páginas?
45. Por 350 gramos de queso hemos pagado 1,75 €. ¿Cuánto cuestan 2,6 kg de ese mismo queso?
46. Con el agua de una balsa, se han regado 21 parcelas iguales durante 45 minutos. ¿Durante cuánto tiempo se podrán regar 27 parcelas con el agua de la balsa?
47. Jaime, andando a 8 km/h, tarda 45 minutos en recorrer cierta distancia. ¿Cuánto tardará si la recorre a 3 km/h?
48. Por enviar 37 cartas a un cierto lugar, pagué 9,62 €. ¿Cuánto me costará enviar 14 cartas al mismo lugar?
49. Por revelar 41 fotografías nos han cobrado 8,62 €. ¿Cuánto nos costará revelar 22 fotografías?
50. En el almacén de un comedor escolar hay aceite suficiente para hacer la comida de 150 alumnos durante 24 días. ¿Cuánto le durará el aceite si se apuntan al comedor 30 alumnos más?

Proporcionalidad compuesta.

1. Cincuenta garrafas de aceite, de 5 litros cada una, cuestan 900 €. ¿Cuánto costarán 35 garrafas del mismo aceite, de 3 litros cada una?
2. Un cartero publicitario, trabajando 5 horas diarias, ha repartido 15000 folletos de propaganda en 3 días. En un nuevo encargo, se ha comprometido a repartir 16000 folletos en 4 días. ¿Cuántas horas diarias deberá trabajar?
3. Un camión, haciendo dos viajes diarios durante 6 días, ha distribuido 48000 botes de refrescos. ¿Cuántos botes repartirá en cinco días haciendo 3 viajes diarios?
4. Un trasbordador, haciendo 3 viajes al día, es capaz de transportar 5250 personas y 273 coches en una semana. ¿Cuántas personas y coches podrá transportar el próximo mes, sabiendo que aumentará su servicio en un viaje al día?
5. Un criador de caballos ha necesitado 200 pacas de heno para alimentar a 80 caballos durante 25 días. ¿Para cuántos días le queda heno, si vende 15 caballos y le quedan 390 pacas en el almacén?
6. Para el desmonte de una ladera, en la construcción de una autopista, se han empleado 4 camiones de 10 toneladas de carga, durante 15 días. ¿Cuánto habrían tardado 8 camiones de 6 toneladas de carga?

Repartos proporcionales.

1. Cuatro especuladores aportan 2, 3, 4 y 7 millones de euros, respectivamente, para comprar un terreno que venden, un tiempo después, por cuarenta millones. ¿Cómo efectuarán el reparto?
2. Andrés, Arancha y Araceli reciben 224 € por hacer un trabajo de canguro durante una semana. Andrés trabajó el lunes y el viernes; Arancha, el martes, el miércoles y el jueves, y Araceli, el sábado y el domingo. ¿Cuánto corresponde a cada uno?
3. Dos grifos, A y B, vierten agua sobre un depósito de 900 litros hasta llenarlo. El caudal de A es de 10 litros por minuto y el de B es de 15 litros por minuto. ¿Qué cantidad de agua ha aportado cada uno?
4. Tres constructores compran una finca por un millón y medio de euros. El primero se queda con una parcela de 4000 m² para construir un bloque de pisos. El segundo se queda con 3500 m² para construir un hotel. El tercero se queda con los 2500 m² restantes para construir chalés adosados. ¿Cuánto debe aportar cada uno en la compra del terreno?
5. Tres amigos juntan su dinero para comprar, en un saldo, un lote de 20 CDs de música. Rosa pone 21 €, Fran pone 24 € y María el resto, que son 15 €. ¿Cuántos CDs se llevará cada uno?
6. Tres socios montan una empresa de comunicaciones. El primero aporta 3 millones; el segundo, 9 millones, y el tercero, tanto como los otros dos juntos. El primer año obtienen unos beneficios de 720 000 €. ¿Cómo deben repartirse las ganancias?
7. Se han repartido 150 kilos de trigo en tres sacos. El primero tiene el triple que el segundo, y este, la mitad que el tercero. ¿Cuántos kilos lleva cada saco?
8. Divide el número 2250 en cuatro partes de forma que la primera sea la mitad que la segunda, esta, la mitad de la tercera, y esta, a su vez, la mitad de la cuarta.
9. Un peatón, que camina a 5 km/h, y un ciclista, que avanza a 18 km/h, se dirigen el uno hacia el otro, y están separados por una distancia de 2760 m. ¿Qué distancia recorrerá cada uno hasta que se encuentren?

Otros problemas de proporcionalidad.

1. Un mayorista ha mezclado 44 kilos de alubias, de 3 €/kg, con 66 kilos de otra clase de alubias, de 4 €/kg. ¿Cuánto vale un kilo de la mezcla?
2. Un panadero mezcla, a partes iguales, tres clases de harina de 0,95 €/kg, 1,15 €/kg y 1,20 €/kg, respectivamente. ¿A cuánto le sale el kilo de la mezcla?
3. Mezclando un litro de cierto perfume de 20 €/cl con medio litro de otro perfume de superior calidad, se ha obtenido una mezcla que sale a 25 €/cl. ¿Cuál era el precio del perfume superior?
4. ¿En qué proporción hay que mezclar vino de 4 €/litro con vino de 6 €/litro para que la mezcla salga a 4,5 €/litro?
5. Un grifo llena un depósito en 3 horas. Otro grifo lo hace en 6 horas. ¿Cuánto tiempo tarda en llenarse el depósito si se abren ambos a la vez?
6. Una piscina posee un grifo y un desagüe. El grifo la llena en 12 horas y el desagüe la vacía en 15 horas. Estando vacía, se ha abierto el grifo y se ha dejado, por descuido, el desagüe sin cerrar. ¿Cuánto tardará en llenarse?

6. Porcentajes.

1. Calcula:

- | | | |
|----------------|-----------------|----------------|
| a) 8% de 500 | b) 4% de 500 | c) 16% de 500 |
| d) 12% de 200 | e) 12% de 50 | f) 12% de 250 |
| g) 36% de 2500 | h) 17% de 50000 | i) 7% de 35800 |
| j) 52% de 1350 | k) 28% de 625 | l) 24% de 325 |

2. Calcula con una sola multiplicación, como se muestra en el ejemplo:

$15\% \text{ de } 460 = 460 \cdot 0,15 = 69$

- | | | |
|----------------|-----------------|----------------|
| a) 60% de 85 | b) 16% de 1675 | c) 35% de 8720 |
| d) 9% de 1500 | e) 6% de 950 | f) 70% de 4000 |
| g) 2% de 250 | h) 15% de 140 | i) 35% de 130 |
| j) 80% de 3000 | k) 1% de 35200 | l) 17% de 420 |
| m) 10% de 840 | n) 90% de 840 | ñ) 100% de 840 |
| o) 150% de 840 | p) 120% de 5320 | q) 200% de 150 |

3. Intenta responder calculando mentalmente. Si no lo consigues, haz operaciones escritas.

50% equivale a la mitad, $50\% \rightarrow \frac{1}{2}$.

- | | | |
|----------------------|-----------------------|-----------------------|
| a) 25% $\rightarrow$ | b) 75% $\rightarrow$ | c) 20% $\rightarrow$ |
| d) 10% $\rightarrow$ | e) 40% $\rightarrow$ | f) 60% $\rightarrow$ |
| g) 80% $\rightarrow$ | h) 150% $\rightarrow$ | i) 125% $\rightarrow$ |

4. Expresa las siguientes fracciones en forma de tanto por ciento:

- | | | |
|-------------------------------|-------------------------------|------------------------------|
| a) $\frac{3}{10} \rightarrow$ | b) $\frac{7}{10} \rightarrow$ | c) $\frac{1}{8} \rightarrow$ |
| d) $\frac{3}{8} \rightarrow$ | e) $\frac{10}{4} \rightarrow$ | f) $\frac{6}{5} \rightarrow$ |
| g) $\frac{1}{5} \rightarrow$ | h) $\frac{9}{5} \rightarrow$ | i) $\frac{7}{4} \rightarrow$ |

5. Juan debe devolver hoy el 15% de una deuda de 3200 €. ¿Cuál es la cantidad que tiene que devolver?
6. El 48% de los 650 alumnos y alumnas que tiene un instituto son varones. ¿Cuál es el porcentaje de chicas? ¿Cuántas son las chicas?
7. Pedro posee el 51% de las acciones de un negocio inmobiliario. ¿Qué cantidad le corresponde en un reparto de 74500 e de beneficios?
8. El 56% de un número es 420. ¿Cuál es el número?
9. Hoy he devuelto a mi hermano 270 €, lo que supone el 30% de lo que me prestó. ¿Cuánto me prestó?
10. Dos socios montan una sociedad anónima. El primero pone tres millones, y el segundo, nueve millones. ¿Qué porcentaje de las acciones corresponde a cada uno?
11. Un embalse tenía el mes pasado 250 hm³ de agua, pero las últimas lluvias han incrementado sus reservas en un 8%. ¿Cuáles son las reservas actuales del embalse?
12. En la clase somos 32 chicos y chicas, pero hoy falta el 12,5%. ¿Cuántos estamos hoy en clase?
13. Un coche nuevo me costó 28500 €, pero al cabo de un año ha perdido el 35% de su valor. ¿Cuál es ahora el precio del coche?
14. He pagado 54 € por un jersey que estaba rebajado un 10%. ¿Cuál era el precio sin rebajar?
15. El 37% de las personas que entran en unos grandes almacenes salen sin haber comprado nada. La semana pasada entraron un total de 17500 personas. ¿Cuántas de ellas hicieron alguna compra?
16. El 65% de un número es 2327. ¿Cuál es ese número?
17. Para poner en marcha una empresa, tres socios aportan, respectivamente, 100000€, 120000 € y 180000 €. ¿Qué porcentaje de los beneficios le corresponde a cada uno de ellos?
18. En una tienda rebajan el 20% todos sus productos. Por una chaqueta, me han rebajado 18 €. ¿Cuánto he pagado por la chaqueta?
19. El 28% de las personas que han ido a ver una película son hombres. De ellos, el 35% son menores de 16 años. La película la han visto un total de 142500 personas. ¿Cuántos chicos menores de 16 años han visto la película?
20. He comprado unas botas que costaban 95 €, pero me han hecho una rebaja del 15%. ¿Cuánto he pagado?
21. En un pueblo hay 342 jubilados, lo que supone un 18% del total de la población. ¿Cuántos habitantes tiene el pueblo?
22. En la clase somos 14 chicos y 16 chicas. ¿Cuál es el porcentaje de chicos?
23. El dueño de una mercería decide aumentar en un 15% el precio de todos sus artículos. ¿A cuánto debe poner un carrete de hilo que costaba 2,4 €?
24. He pagado 18,48 € por la compra de un CD. Sabiendo que me han hecho una rebaja del 12%, ¿cuál era el precio sin rebaja?

7. Expresiones algebraicas.

1. Llamando x a un número natural indeterminado, completa:

a) Su doble mas una unidad:

b) Su triple menos cinco unidades:

c) Su mitad:

d) Su mitad, aumentada cuatro unidades:

e) Su siguiente:

f) El triple de su siguiente:

g) El doble de su anterior:

h) La tercera parte de su anterior:

2. Completa la tabla:

Monomio	Coeficiente	Parte literal	Grado
$2x^4$			
$5ax^2$			
$-x^2y^3$			
$-\frac{2}{3}a^2xy^2$			

3. Reduce:

a) $n + n + n + n =$

b) $x + x + y + y =$

c) $2x + x =$

d) $5a - 3a =$

e) $2x + 2y + x - 3y =$

f) $x + \frac{x}{2} =$

g) $\frac{2}{3}x + \frac{x}{3} =$

h) $\frac{5x}{4} - \frac{x}{2} + y - \frac{y}{3} =$

4. Reduce al máximo las siguientes expresiones:

a) $x - 4x + 3x + 2x =$

b) $x + x^2 - 2x + 3x^2 =$

c) $x + 5 + 2x - 2 =$

d) $x - 3 + x^2 - 7x + 5 + 2x^2 =$

5. Opera y reduce:

a) $(2x) \cdot (7x) =$

b) $(5x) \cdot \left(\frac{1}{4}x\right) =$

c) $3x^2 \cdot x^3 =$

d) $(-6x) \cdot \left(\frac{2}{3}x\right) =$

e) $(5a^2) \cdot (5ax^3) =$

f) $(-x^2) \cdot (-2x) =$

g) $(x^2y^3z) \cdot (xyz^2) =$

h) $\left(\frac{5}{3}ab^2\right) \cdot \left(\frac{1}{5}a^2c\right) =$

i) $(2x^2) \cdot \left(\frac{1}{4}x\right) \cdot (-6x^3) =$

j) $\frac{2}{3} \cdot \left(\frac{3}{4}ax\right) \cdot \left(\frac{2}{3}a^2x\right) =$

6. Calcula y reduce:

a) $x^4 : x =$

b) $x^3 : x^3 =$

c) $x : x^3 =$

d) $(15x^2) : (5x^2) =$

e) $(-2x^6) : (6x^2) =$

f) $(8x^2) : (4x^3) =$

g) $(12x^2y^4) : (-4xy^2) =$

h) $(-10x^4y) : (2x^3y) =$

i) $(9x^3y^2) : (6x^2y^3) =$

j) $(-5x^4y^4) : (-5x^4y^4) =$

7. Reduce las siguientes expresiones:

a) $(2x^4 - 5x^4) : (3x^2) =$

b) $18x^5 : (6x^5 + 3x^5) =$

8. Ordena e indica el grado de cada uno de los siguientes polinomios:

a) $x - x^3 + 3$

b) $8x + 2$

c) $6x^3 - 5x^5 + 6x$

d) $x^2 - 7x + 3x^2 - 5$

e) $x + 5x^2 + 3x - 3x^2 - 7 + 2x$

f) $x^3 - 6x^2 + 5 + 2x^2 + x^3 - 1$

g) $x - x^5 + 3x^2 + 5x^3 + x^5 - x^2$

h) $6 + 3x^2 - 4x^4 + 5x - 3$

9. Calcula:

a) El valor numérico del polinomio

$$A = x^4 - 2x^3 - 7x^2 + 2x + 6 \quad \text{para } x = -3$$

b) El valor numérico del polinomio

$$B = x^3 - 3x^2 - 5x - 3 \quad \text{para } x = 0$$

c) El valor numérico del polinomio

$$C = 3x^3 + 5x^2 + 6x + 8 \quad \text{para } x = -1$$

d) El valor numérico del polinomio

$$D = x^3 - 2x^2 + 3x - 6 \quad \text{para } x = 2$$

10. Suma los siguientes polinomios:

$$\text{a) } (5x^3 - 2x^2 - 7x + 8) + (2x^3 - 4x^2 + 9x - 3) =$$

$$\text{b) } (5x^4 + x^3 - 9x^2 - x + 2) + (2x^3 + 6x^2 - 5x - 1) + (2x^3 + 2x - 5) =$$

$$\text{c) } (6x^3 - 7x^2 + 5x - 9) + (2x^3 - 4x - 6) =$$

$$\text{d) } (6x^3 - 7x^2 + 5x - 9) + (5 - 5x + 3x^2 - 2x^3) =$$

11. Considera los polinomios E , F y G , y calcula:

$$E = 5x^4 - 7x^3 + 5x - 1$$

$$F = 4x^3 - 3x^2 + 3x + 6$$

$$G = 2x^4 - 5x^3 - 6x^2 + 2x + 3$$

$$\text{a) } E - F$$

$$\text{b) } F - E$$

$$\text{c) } E - G$$

$$\text{d) } F + G - E$$

$$\text{e) } F - G + E$$

$$\text{f) } G - E - F$$

$$\text{g) } \text{El polinomio } X \text{ de forma que } F + X = G$$

12. Multiplica:

$$\text{a) } 3 \cdot (2x + 1) =$$

$$\text{b) } (-5) \cdot (x^2 + 3x - 2) =$$

$$\text{c) } x \cdot (x^3 + x^2 + x + 1) =$$

$$\text{d) } (-2x) \cdot (x^4 - 5x^2 + 7) =$$

$$\text{e) } x^2 \cdot (x^2 + x + 1) =$$

$$\text{f) } 3x^2 \cdot (5x^3 - 6x^2 + 8x - 2) =$$

13. Efectúa y reduce:

a) $3x \cdot (x^2 + 5x - 1) + 4x \cdot (2x^3 - x + 3) =$

b) $(x + 1) \cdot (x^2 + 3x - 4) =$

c) $3x \cdot (x^2 + 5x - 1) - 4x \cdot (2x^3 - x + 3) =$

d) $(x + 1) \cdot (x^2 + x + 1) =$

e) $(x^3 + 7x - 5) \cdot (x^2 + 2x - 1) =$

f) $(2x - 1) \cdot (x^2 - 5x - 2) =$

g) $(3x^3 - 2x^2 - 2x + 1) \cdot (x^2 + 2x + 3) =$

h) $(x^3 + 5) \cdot (x^2 - 4) =$

i) $(1 - 6x - 5x^2) \cdot (1 - 3x^2) =$

j) $(2x^3 - x^2 - 3) \cdot (2x^2 + 4x - 3) =$

14. Recuerda las siguientes fórmulas:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \quad \text{Se denominan } \mathbf{productos\ notables}$$

$$(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$$

15. Calcula, utilizando las formulas:

a) $(x + 2)^2 =$

b) $(3 - x)^2 =$

c) $(x + 5) \cdot (x - 5) =$

d) $(3x - 1)^2 =$

e) $(2x + 5)^2 =$

f) $(2x + 3) \cdot (2x - 3) =$

g) $(1 + 2x)^2 =$

h) $(2a + b)^2 =$

i) $(3 + 5x) \cdot (3 - 5x) =$

j) $\left(\frac{x}{2} + 1\right)^2 =$

k) $(x^2 + 2)^2 =$

l) $(x^2 + 1) \cdot (x^2 - 1) =$

16. Completa:

a) $x^2 + 2x + 1 = (\quad + \quad)^2$

b) $25 - 10x + x^2 = (\quad - \quad)^2$

c) $x^2 - 16 = (\quad + \quad) \cdot (\quad - \quad)$

d) $4x^2 - 12x + 9 = (\quad - \quad)^2$

17. Extrae factor común en las siguientes expresiones:

a) $5x + 5y =$

b) $ax^2 + bx^2 =$

c) $3x - 6y =$

d) $10x - 5x^2 =$

e) $a^2x^3 - a^3x^2 =$

f) $9x^3 - 27x^2 =$

g) $6x^2 - 9x =$

h) $15ab^2 + 20a^2b =$

i) $5x^3 - 15x^2y =$

j) $5a^3 - 10a^2 + 15a =$

k) $4a^2b + 6a^2b^2 - 10ab^2 =$

l) $2 + 2x =$

m) $a^2 + a^3 =$

n) $9a^2 - 9a =$

ñ) $x + x^2 + x^3 =$

o) $15x^2y - 5xy + 10x^2y =$

18. Simplifica las siguientes fracciones algebraicas:

a) $\frac{2x^3}{10x} =$

b) $\frac{6m^2}{4mn} =$

c) $\frac{a^3b^2}{a^2b^3} =$

d) $\frac{12x^2y}{9x^2} =$

e) $\frac{a}{ax} =$

f) $\frac{3xa^2}{9xa^3} =$

g) $\frac{a(x+y)}{a(x-y)} =$

h) $\frac{3x^2}{6x^2(x-2)} =$

i) $\frac{5x(x+3)}{6y(x+3)} =$

j) $\frac{4x(1-x)^2}{6x^2(1-x)} =$

k) $\frac{x^2 - x}{2x^2 - 3x} =$

l) $\frac{2a^2 - a}{a^2 + ab} =$

8. Ecuaciones.

1. Comprueba que $x = -1$ es la solución de la ecuación: $x^3 - 5x^2 + 7 = 3x^4 - 2$
2. Comprueba cuáles de los valores que se indica son solución de la ecuación $3x^2 + 5x = 4 + x$
 - a) $x = -2$
 - b) $x = 5$
 - c) $x = \frac{2}{3}$
 - d) $x = -1$
3. ¿Cuáles de las siguientes ecuaciones tienen como solución el valor $x = \frac{1}{2}$?
 - a) $x^2 + \frac{3}{4} = 1$
 - b) $\frac{x}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$
 - c) $4x + 2 = 6x + 1$
 - d) $2x - 2 = 3$
 - e) $\sqrt{x + \frac{1}{2}} = 1$
 - f) $\frac{x}{2} + \frac{1}{4} = x$

Ecuaciones de primer grado.

1. Resuelve las siguientes ecuaciones:

- | | | |
|--------------------------------|------------------------------------|-----------------------|
| a) $x + 5 = 7$ | b) $x + 10 = 3$ | c) $x - 4 = 2$ |
| d) $7x = 28$ | e) $-2x = 5$ | f) $\frac{x}{6} = -1$ |
| g) $x + 1 = \frac{3}{2}$ | h) $\frac{1}{2} + x = \frac{5}{2}$ | i) $2 - x = 4$ |
| j) $1 - x = \frac{3}{5}$ | k) $3x = \frac{3}{2}$ | l) $2x = \frac{1}{3}$ |
| m) $\frac{x}{4} = \frac{1}{3}$ | n) $\frac{x}{5} = \frac{-1}{10}$ | ñ) $3x - 5 = 1$ |
| o) $2 - 3x = -1$ | p) $6x + 4 = 13$ | q) $5x + 18 = 3$ |

2. Resuelve:

a) $x + 3 = 5x + 11$

b) $8 - 5x = 8 + 2x$

c) $5 + 6x = x + 7$

d) $1 - 2x = 6 - 4x$

e) $6 + 5x + 2 = 4x - 2 + x$

f) $12x + 3 - 7x = x - 3 - 2x$

g) $x + 6 - 9x = 4x - 2 - 2x + 8$

h) $13 - 3x - 9 = 8x + 4 - 11x$

i) $5(x - 3) + 8x = 6x - 5 + x$

j) $3 + 2(2x - 3) = 4x - (x + 3)$

k) $2 - (3x - 5) = 4 - 2x + 3 - x$

l) $5(3x - 1) - 2(4x - 3) = 15$

m) $3(x + 4) - 6x = 8 - 3(x - 5)$

n) $15 - 6(2x - 4) = 8 + 2(5x - 1)$

ñ) $\frac{6(3x - 4)}{3} = 2(5x + 4)$

o) $\frac{2(2x + 3)}{3} = \frac{5(x - 2)}{2}$

p) $1 - \frac{x}{2} + x = 3x - 4$

q) $2x - \frac{2}{3} = \frac{10x}{3} + 2$

r) $2 + \frac{x - 1}{2} = x - 1$

s) $x + \frac{5x}{2} = 5 - \frac{3x}{2}$

t) $\frac{x}{2} - \frac{x}{4} = \frac{5}{4} - x$

u) $\frac{x}{6} - \frac{2}{3} = x + \frac{1}{6}$

v) $3x - \frac{2x}{5} = \frac{3x}{2} - 11$

w) $x - \frac{3}{4} = \frac{x}{8} + 1$

x) $2x - \frac{x}{3} - \frac{3x}{5} = 4x - \frac{12}{5} + \frac{2x}{3}$

y) $\frac{5x}{2} - \frac{2x}{3} + \frac{1}{2} = 3 - \frac{4x}{6}$

3. Resuelve:

a) $x - \frac{13x}{12} = \frac{5x}{18} + \frac{13}{12}$

b) $\frac{x}{15} - \frac{x}{10} = \frac{1}{4} - \frac{x}{20}$

c) $x - \frac{3x}{5} - \frac{1}{10} = \frac{11x}{25}$

d) $\frac{7x}{4} - 2 + \frac{9x}{14} = 2x + \frac{3x}{4} - \frac{5x}{14}$

e) $3x - 4 = 5 + 3\left(\frac{x}{5} - 1\right)$

f) $2 - 4\left(\frac{2x}{7} + \frac{1}{7}\right) = \frac{3}{2} - x$

g) $5x - 3\left(3 - \frac{x}{4}\right) = \frac{7x}{2} - 3$

h) $5\left(\frac{2x}{3} - \frac{3x}{5}\right) + 1 = 2x - 2(x - 1)$

i) $\frac{2x}{3} - 4\left(\frac{x}{5} - \frac{1}{6}\right) = \frac{1}{15}$

j) $1 - \frac{2}{3}(x - 3) = 2 - \frac{1}{4}(3x - 4)$

k) $\frac{1}{2}\left(\frac{x}{3} - \frac{x}{2}\right) + \frac{1}{9} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2} - \frac{x}{3}\right)$

l) $\frac{2x}{3} - 5\left(\frac{x}{12} + \frac{1}{4}\right) = 3 - 2\left(1 - \frac{x}{6}\right)$

m) $3\left(\frac{11x}{6} - x\right) - 4 = 2x - 3\left(1 - \frac{x}{6}\right)$

n) $\frac{1-3x}{4} = 2x - 3\left(x - \frac{1}{2}\right)$

ñ) $2x - \frac{x+1}{8} = 3 - \frac{3x+1}{4}$

o) $3x - \frac{x-2}{2} = 2\left(2 + \frac{x}{4}\right)$

p) $\frac{3x}{4} - 1 = x - \frac{1-5x}{2}$

q) $x - \frac{x+1}{5} = \frac{x+3}{2} - 2$

r) $\frac{1-9x}{3} - 2 = \frac{x}{3} - \frac{11x-1}{2}$

s) $1 - \frac{2x-2}{15} = \frac{x}{3} + \frac{x-1}{5}$

t) $x - \frac{3-x}{3} = \frac{3x}{2} - \frac{8-3x}{4}$

u) $x - 3\left(\frac{2x}{5} + \frac{1}{2}\right) = \frac{x}{2} - 1$

Ecuaciones de segundo grado.

1. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $x^2 = 16$

b) $x^2 = 25$

c) $x^2 = 144$

d) $x^2 = 1$

2. Calcula el lado del cuadrado que tiene una superficie de 64 m^2 .

3. ¿Tiene solución la ecuación $x^2 = -4$? Razona tu respuesta.

4. Resuelve:

a) $2x^2 = 50$

b) $3x^2 = 48$

c) $5x^2 = 45$

d) $4x^2 = 9$

e) $4x^2 = 1$

f) $9x^2 = 49$

g) $3x^2 = 18 + x^2$

h) $5x^2 + 9 = 10 - 4x^2$

i) $5x^2 + 8 = 35 + 2x^2$

j) $x^2 - 1 = 4 - \frac{x^2}{4}$

5. Recuerda que para una ecuación de segundo grado colocada de la forma $ax^2 + bx + c = 0$, sus soluciones se obtienen mediante la fórmula: $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

6. Resuelve:

a) $x^2 - 5x + 6 = 0$

b) $x^2 + 3x - 4 = 0$

c) $x^2 - 3x - 10 = 0$

d) $x^2 - 10x + 25 = 0$

7. Resuelve:

a) $6x^2 - 5x + 1 = 0$

b) $9x^2 - 6x + 1 = 0$

c) $4x^2 - 11x - 3 = 0$

d) $6x^2 + 5x - 1 = 0$

e) $x^2 - x + \frac{2}{9} = 0$

f) $10x^2 - 19x + 6 = 0$

g) $x^2 - x = 0$

h) $x^2 - 5x = 0$

i) $3x^2 + 12x = 0$

j) $2x^2 + 6x = 0$

8. Resuelve:

a) $3x^2 - 5x = x^2 - 2$

b) $3x^2 - 3 - x = 2x^2 - x$

c) $\frac{x^2 - x}{2} = \frac{2x^2 - 3}{5}$

d) $\frac{7x^2}{6} + x = x^2 - \frac{4}{3}$

e) $3x \cdot (x - 2) + 4 = x \cdot (2x - 1)$

f) $2x \cdot (4x + 1) + 5 = 7(1 - x^2) - 1$

g) $(x - 4) \cdot (x + 3) = 0$

h) $(2x + 1) \cdot (x - 5) = 0$

i) $(2x - 3)^2 - 1 = 0$

j) $11 - x = 2x - (x - 3)^2$

k) $\frac{x^2}{2} + x = \frac{x^2}{3} + \frac{x}{6} - 1$

l) $7x^2 - x = x + 2x^2$

m) $x(5x - 4) = 3x(x - 1)$

n) $\frac{5}{4}(x^2 - 1) - \frac{3x}{2} = \frac{1}{2}(2x^2 - 1) - 2x$

9. Sistemas de ecuaciones lineales.

1. ¿Cuál de estos pares de valores es solución del sistema?

$$\begin{cases} x - 2y = 1 \\ 2x - 3y = 4 \end{cases}$$

a) $\begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x = 5 \\ y = 2 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x = 4 \\ y = -2 \end{cases}$

2. Resuelve estos sistemas por el método de sustitución:

a) $\begin{cases} x - 2y = 7 \\ 3x - y = 6 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + y = 2 \\ 2x + 3y = 8 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ x - 2y = 11 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 2x - 5y = 11 \\ 3x + y = -9 \end{cases}$

3. Resuelve estos sistemas por el método de igualación:

a) $\begin{cases} x + 3y = 2 \\ x - 2y = 7 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x + y = 4 \\ 5x + y = 10 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x - 2y = 3 \\ 3x + 4y = 4 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 2x - y = 1 \\ 3x + 2y = -9 \end{cases}$

4. Resuelve estos sistemas por el método de reducción:

a) $\begin{cases} 2x + y = 4 \\ 8x - y = 1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + 2y = 2 \\ 5x - 4y = 3 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 5x + 2y = 19 \\ 2x - 3y = 0 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 3x + 4y = 7 \\ 2x + 3y = 4 \end{cases}$

5. Resuelve, por el método que consideres más adecuado, los siguientes sistemas:

a)
$$\begin{cases} 3x - 7y = 30 \\ 5x + y = 12 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 7x - 3y = 5 \\ 5x + 3y = -17 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} 2x + 4y = 2 \\ 5x - y = 38 \end{cases}$$

d)
$$\begin{cases} x + 5y = 29 \\ x - 3y = -11 \end{cases}$$

e)
$$\begin{cases} x + y = 3 \\ 3(x - y) - 11 = 20 + x \end{cases}$$

f)
$$\begin{cases} 2x - y = 10 \\ 4(x + y) + 2 = 3(1 - x) - y \end{cases}$$

g)
$$\begin{cases} 2(x + y) = 3(1 - x) \\ 5(x - y) = 3x + 7 \end{cases}$$

h)
$$\begin{cases} 5(x + y) + y = 2(1 + y) \\ 2(3y - x) + 1 = 5 - 2y \end{cases}$$

i)
$$\begin{cases} x + 5y = 8 \\ 4x - 2y = 10 \end{cases}$$

j)
$$\begin{cases} x + y = 2 \\ x + 2y + 10 = 0 \end{cases}$$

k)
$$\begin{cases} 2x - y = -1 \\ 3x + y = 6 \end{cases}$$

l)
$$\begin{cases} 2x + y = 3 \\ 3x - 8 = 2y \end{cases}$$

m)
$$\begin{cases} y - 2x = 8 \\ 2x + y = 0 \end{cases}$$

n)
$$\begin{cases} y = -2 \\ x - 2y = 4 \end{cases}$$

ñ)
$$\begin{cases} x - y = 5 \\ 2y + 8 = x \end{cases}$$

o)
$$\begin{cases} x = 5 \\ x + 2y = 2 + y \end{cases}$$

p)
$$\begin{cases} 3x - 2y = 0 \\ 2x - 3y = 5 \end{cases}$$

q)
$$\begin{cases} 3x - 4y = -9 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$$

r)
$$\begin{cases} \frac{3x}{2} + \frac{5y}{4} = 2 \\ \frac{12x}{5} = 1 + \frac{3}{4}y \end{cases}$$

s)
$$\begin{cases} \frac{x - y}{2} + \frac{x - y}{3} = 3 \\ \frac{x + y}{7} + y = 3 \end{cases}$$

10. Problemas.

1. Calcula tres números enteros consecutivos cuya suma sea 51.
2. Calcula el número entero que sumado con su anterior y con su siguiente dé 114.
3. Calcula el número que se triplica al sumarle 26.
4. Si a un número le quitas 36 se convierte en su cuarta parte. ¿Qué número es?
5. La tercera parte de un número es 45 unidades menor que su doble. ¿Cuál es el número?
6. Calcula dos múltiplos consecutivos de 7 cuya suma sea 119.
7. La suma de dos números pares consecutivos es 98. ¿Cuáles son los números?
8. ¿Qué número aumentado en un 12% se convierte en 84?
9. ¿Qué número disminuido en un 15% se convierte en 102?
10. ¿Qué edad tiene Rosa sabiendo que dentro de 56 años tendrá el quintuplo de su edad actual?
11. Un kilo de manzanas cuesta el doble que uno de naranjas. Por tres kilos de naranjas y uno de manzanas he pagado 6 €. ¿A cuánto están las naranjas y a cuánto las manzanas?
12. Tres hermanos se reparten 1300 €. El mayor recibe el doble que el mediano y este el cuádruplo que el pequeño. ¿Cuánto recibe cada uno?
13. Entre un padre y sus dos hijas tienen 48 años. La edad de la hija mayor es el triple que la de la menor. La edad del padre es el quintuplo de la suma de las edades de las hijas. ¿Cuál es la edad de cada uno?
14. Las edades de Juan, Carmela y Rosa suman 39 años. Carmela tiene cinco años menos que Juan y dos más que Rosa. ¿Cuál es la edad de cada uno?
15. Si a la edad de Rodrigo se le suma su mitad, se obtiene la edad de Andrea. ¿Cuál es la edad de Rodrigo si Andrea tiene 24 años?
16. Mi padre le saca 3 años a mi madre, quien tiene 26 años más que yo. ¿Qué edad tenemos cada uno si entre los tres sumamos 100 años?
17. Hace 15 años mi edad era dos tercios de la que tengo ahora. ¿Cuál es mi edad actual?
18. Si al triple de mi edad le restas el quintuplo de la que tenía hace 12 años, obtendrás mi edad actual. ¿Cuántos años tengo?
19. Juana tiene 14 monedas de 10 céntimos, 20 céntimos y 50 céntimos. ¿Cuántas tiene de cada tipo sabiendo que hay doble de 10 céntimos que de 20 céntimos, y doble de 20 céntimos que de 50 céntimos?
20. Con el dinero que tengo puedo comprar tres cintas de música y dos discos, y aún me sobrarían 4 €. También podría comprar únicamente cuatro discos y no me sobraría nada. ¿Cuánto dinero tengo sabiendo que un disco cuesta el doble que una cinta?

21. Ayer Roberto compró una camisa rebajada el 12%. Hoy ha ido a comprar una igual su hermano Andrés, viendo con sorpresa que la rebaja había aumentado al 18%, por lo que paga 2,40 € menos que Roberto. ¿Cuál era el precio de la camisa sin rebajar?
22. Natalia tiene 4 euros más que Andrés, pero la mitad que Rosa. ¿Cuánto tiene cada uno si entre los tres juntan 40 euros?
23. Un granjero lleva al mercado una cesta de huevos, con tan mala suerte que tropieza, y se le rompen $\frac{2}{5}$ de la mercancía. Entonces vuelve al gallinero y recoge 21 huevos más, con lo que ahora tiene $\frac{1}{8}$ más de la cantidad inicial. ¿Cuántos huevos tenía al principio?
24. Si en un cine estuvieran ocupadas los $\frac{3}{5}$ de las butacas, sobrarían 60 asientos más que si estuvieran ocupadas los $\frac{3}{4}$ de las butacas. ¿Cuántas plazas tiene el cine?
25. De un depósito de agua que estaba lleno, el lunes se gastaron $\frac{2}{7}$; el martes $\frac{1}{6}$; y el miércoles, $\frac{1}{5}$ de su capacidad, quedando aún 7300 litros. ¿Cuál es la capacidad del depósito?
26. Un joven gasta $\frac{1}{5}$ de su dinero en transporte, $\frac{1}{4}$ en el cine y $\frac{3}{8}$ en un libro. Si aún le quedan 3,50 €, ¿cuánto tenía?
27. Un padre tiene 45 años y su hijo, 11. ¿Cuántos años han de transcurrir para que la edad del padre sea triple que la del hijo?
28. Jorge tenía en la hucha 62 € y su hermana Marta 39 €. Han comprado y pagado, a medias, un regalo para el cumpleaños de su madre. ¿Cuál ha sido el precio del regalo si ahora Jorge tiene el doble que Marta?
29. ¿Qué cantidad de agua debe añadirse a 6 litros de colonia de 15 €/litro, para rebajar el precio a 12 €/litro?
30. Dos ciclistas avanzan el uno hacia el otro por una misma carretera. Sus velocidades son de 20 km/h y de 15 km/h. Si les separan 78 km, ¿cuánto tardarán en encontrarse?
31. Dos ciclistas parten del mismo punto y a la misma hora en sentidos opuestos con velocidades de 24 km/h y 16 km/h, respectivamente. ¿Cuánto tardarán en distanciarse 135 km?
32. En un rectángulo, la base mide 18 cm más que la altura y el perímetro mide 76 cm. ¿Cuáles son las dimensiones del rectángulo?
33. En un triángulo isósceles, la base mide la mitad que uno de los lados iguales y el perímetro es 55 cm. ¿Cuánto miden los lados del triángulo?
34. Dos motobombas vacían una cisterna en media hora. Una de ellas, actuando en solitario, vacía la cisterna en hora y media. ¿Cuánto tardaría la otra actuando también sola?
35. Calcula las dimensiones de un rectángulo sabiendo que el perímetro mide 54 cm y que la base es doble que la altura.
36. Amelia tiene 14 años y hermano Jorge 12. ¿Cuántos años deben transcurrir para que entre los dos completen medio siglo?
37. Tres socios montan un negocio con un capital inicial de 21 millones. El primero aporta doble que el segundo y el tercero tanto como los otros dos juntos. ¿Cuánto aportó cada uno?
38. Un hortelano planta $\frac{1}{3}$ de su huerta de tomates, $\frac{3}{7}$ de alubias y aún le quedan 1600 m² sin cultivar. ¿Cuál es la superficie de la huerta?

Problemas para resolver con ecuaciones de segundo grado.

1. ¿Cuál es el número que multiplicado por su siguiente da 182?
2. La suma de los cuadrados de dos números enteros consecutivos es 265. ¿Cuáles son esos dos números?
3. El producto de un número aumentado en 3 unidades por ese mismo número disminuido en 4 unidades, es 60. ¿De qué número se trata?
4. Calcula el número cuyo cuadrado es 24 unidades mayor que su quíntuplo.
5. La base de un triángulo mide 8 cm menos que la altura, y el área es de 42 cm^2 . Calcula dichas base y altura.
6. Calcula las diagonales de un rombo sabiendo que una mide 5cm más que la otra, y que el área es de 18 cm^2 .
7. La base de un rectángulo es 5 cm más larga que la altura, y el área mide 204 cm^2 . ¿Cuáles son las dimensiones del rectángulo?
8. Se ha confeccionado una bandera de un metro cuadrado de superficie con una pieza rectangular de tela, que es 45 cm más larga que ancha. ¿Cuáles son las dimensiones de la bandera?

Problemas para resolver con sistemas de ecuaciones.

1. Tres cuadernos y dos rotuladores cuestan 7,2 €; dos cuadernos y un rotulador cuestan 4,2 €. ¿Cuánto cuesta un cuaderno? ¿Y un rotulador?
2. La suma de dos números enteros es 90 y su diferencia, 16. ¿Cuáles son esos números?
3. El dinero que tiene Luis supera en dos euros a la mitad del que tiene Mónica. El doble del dinero que tiene Mónica es igual al triple del que tiene Luis. ¿Cuánto tiene cada uno?
4. En un control de Sociales había que contestar 20 preguntas. Por cada pregunta correcta dan 3 puntos y por cada error restan 2 puntos. ¿Cuántas preguntas acertó Elena sabiendo que ha obtenido 30 puntos y que contestó a todas?
5. Se han pagado 280 € por la compra de 50 botellas de dos clases de vino, uno de 5 € la botella y otro de 7 € la botella. ¿Cuántas botellas de cada clase se han adquirido?
6. Siete amigos fueron a un concierto de rock. El precio de la entrada era de 8,50 €, pero consiguieron algunas con el 50% de descuento. Si en total pagaron 38,25 €, ¿cuántas entradas rebajadas consiguieron?
7. Santiago tiene 26 años más que su hijo Jorge, y dentro de diez años tendrá el doble. ¿Qué edad tiene cada uno en la actualidad?
8. En un triángulo isósceles el lado desigual mide 7 cm menos que cada uno de los lados iguales y el perímetro mide 32 cm. Averigua la medida de cada uno de los lados.
9. Se han necesitado 270 m de alambrada para cercar una huerta rectangular que mide 25 m más de larga que de ancha. ¿Cuál es la superficie de la huerta?
10. Isabel ha pagado 6,5 € por un kilo de lentejas y dos de alubias. En la misma tienda, Alberto ha pagado 6,1 € por dos kilos de lentejas y uno de alubias. ¿Cuál es el precio de ambos productos?

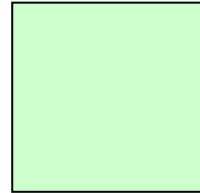
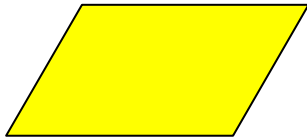
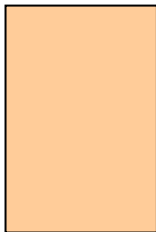
11. Semejanza.

1. Dibuja un rectángulo semejante a este, de forma que la razón de semejanza sea $\frac{3}{4}$.

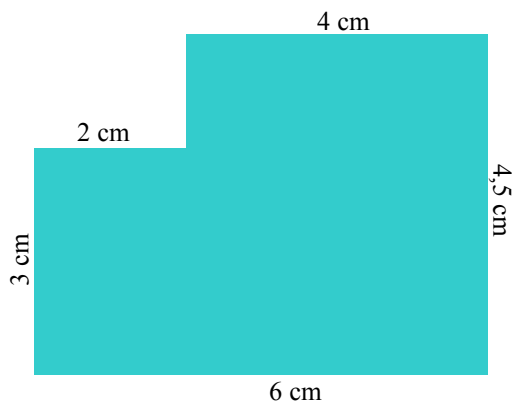


2. Selecciona entre las siguientes figuras:

- a) Dos que tengan los lados iguales y no sean semejantes.
- b) Dos que tengan los ángulos iguales y no sean semejantes.
- c) Dos que sean semejantes.

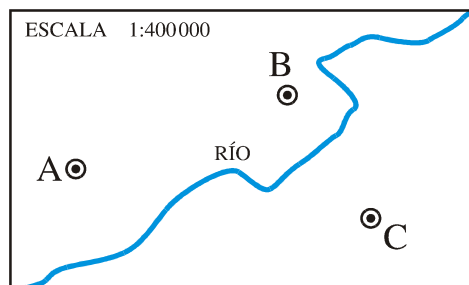


3. En un plano, 2 cm del dibujo corresponden a 5 km de la realidad. ¿Cuál es la escala?
4. Un almacén rectangular mide 24 m x 36 m. Dibújalo a escala 1:500.
5. Esta finca está dibujada a escala 1:2000. Calcula su superficie.

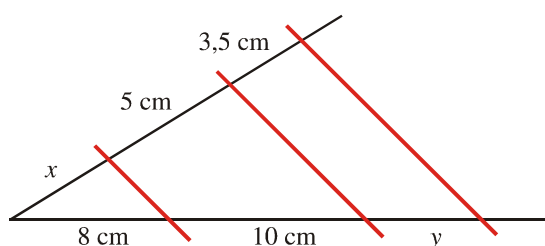


6. La distancia que separa dos puntos en la realidad es de 2 km. En un plano están separados por 5 cm. ¿Cuál es la escala del plano?

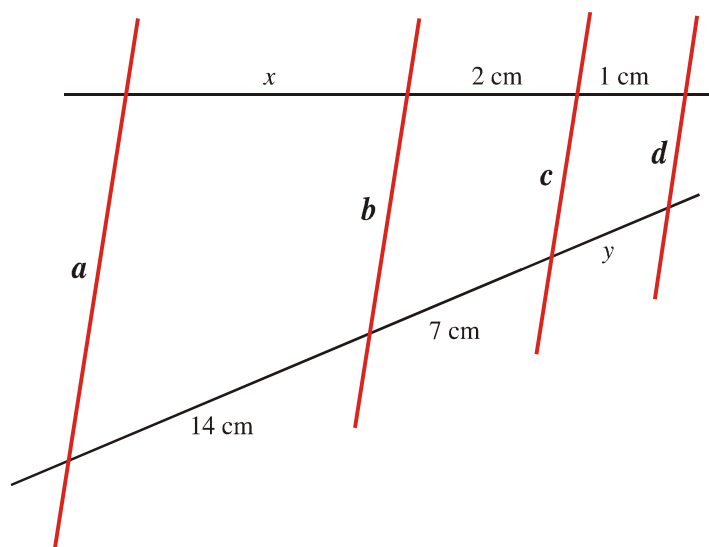
7. Un rectángulo tiene unas dimensiones de 10 cm x 20 cm, y el lado menor de otro rectángulo semejante a él mide 8 cm. ¿Cuánto mide el lado mayor?
8. Mide sobre el plano $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ y $\overline{AC}$ y averigua cuáles son las verdaderas distancias entre estos tres pueblos.



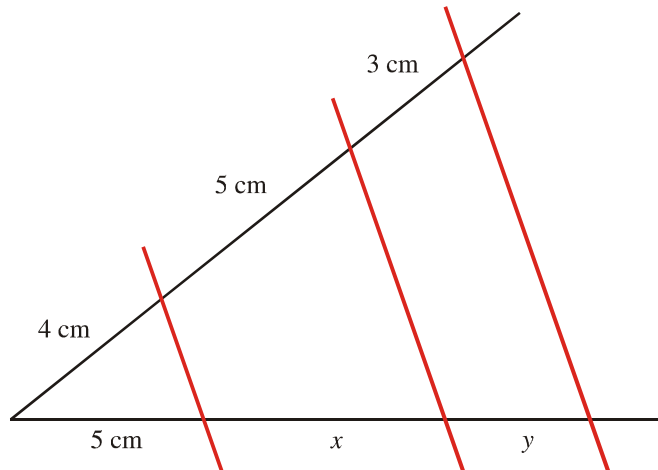
9. En un mapa escala 1:300 000 la distancia que separa dos ciudades es de 5 cm. ¿A qué distancia real se encuentran ambas ciudades?
10. La distancia real, en línea recta, entre dos ciudades es de 48 km. En un mapa están separadas por 16 cm. ¿Cuál es la escala del mapa?
11. Calcula el valor de x e y en esta construcción:



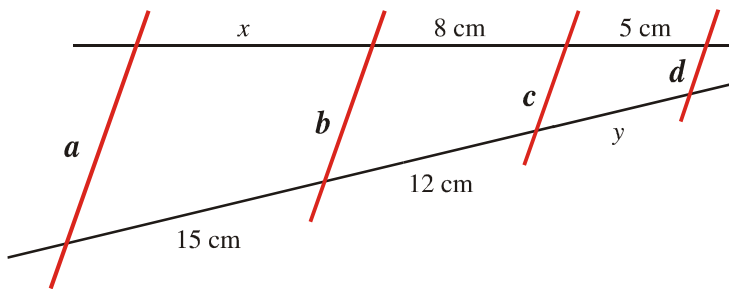
12. Sabiendo que las rectas a , b , c y d son paralelas, calcula la longitud de x e y :



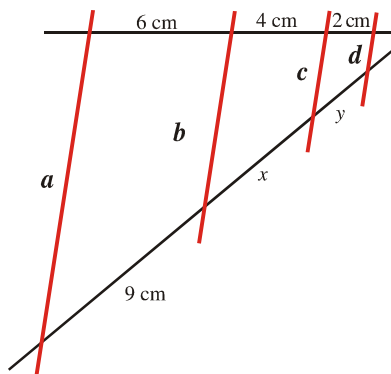
13. Calcula el valor de x e y en esta construcción:



14. Sabiendo que las rectas a , b , c y d son paralelas, calcula la longitud de x e y :

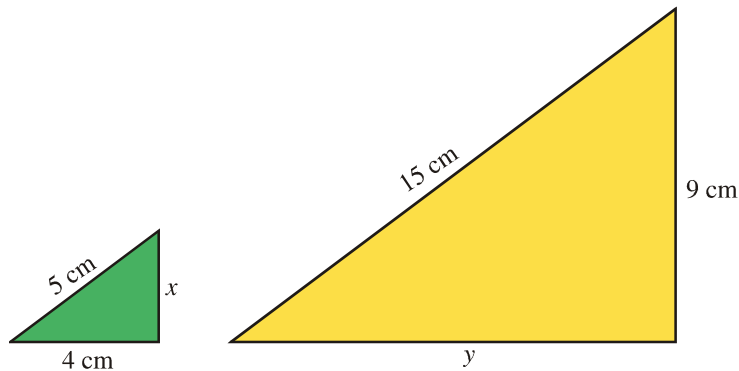


15. Sabiendo que las rectas a , b , c y d son paralelas, calcula la longitud de x e y :

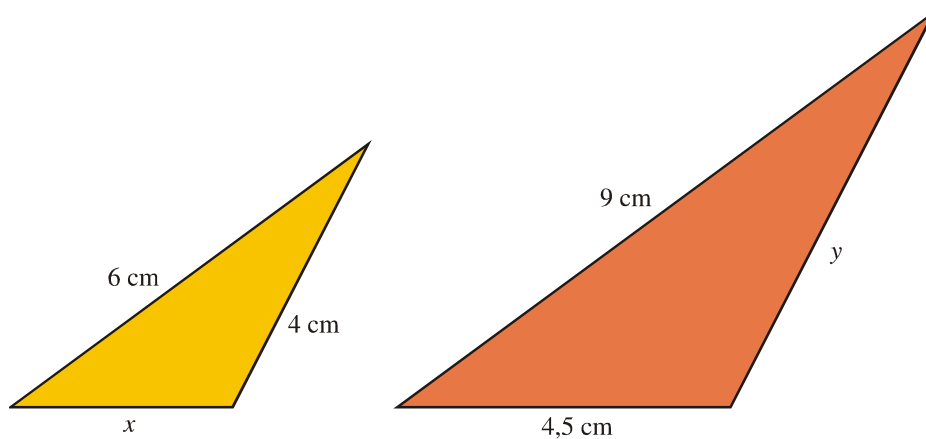


16. Un rectángulo tiene unas dimensiones de 15 cm x 20 cm. Si el lado menor de otro rectángulo semejante a él mide 6 cm, ¿cuánto mide el lado mayor?

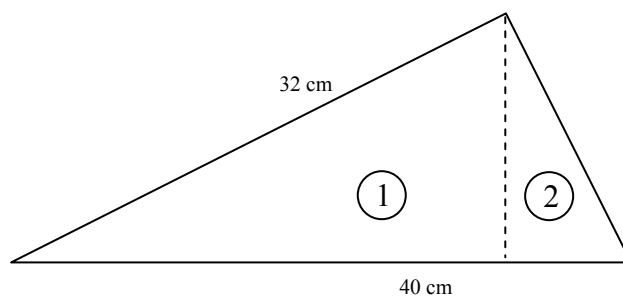
17. Estos dos triángulos son semejantes. Calcula la longitud de los lados que le faltan a cada uno de ellos:



18. Estos dos triángulos son semejantes. Calcula la longitud de los lados que le faltan a cada uno de ellos:



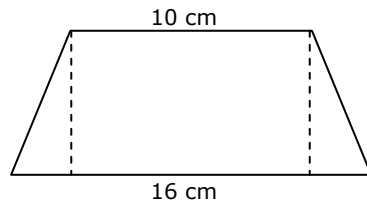
19. Dado el siguiente triángulo rectángulo, calcula los lados de los triángulos 1 y 2.



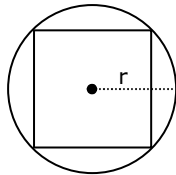
20. Un pino de 2,4 m de altura arroja una sombra de 0,8 m. en el mismo instante, un chopo arroja una sombra de 12,4 m. ¿Cuál es la altura del chopo?
21. Calcula la altura de una antena que proyecta una sombra de 24 m en el momento en que un bastón de 80 cm proyecta una sombra de 48 cm.

12. Longitudes, áreas y volúmenes.

1. Averigua el área de un triángulo isósceles sabiendo que tiene 50 cm de perímetro y que el lado desigual mide 16 cm.
2. Un cuadrado tiene 28 cm de perímetro, ¿cuánto mide su diagonal?
3. Las bases de un trapezio isósceles miden 16 y 10 cm. Halla su área sabiendo que tiene 36 cm de perímetro.

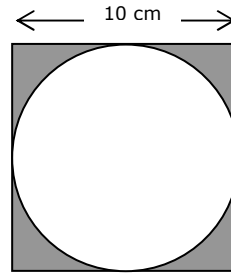


4. Las dos diagonales de un rombo suman 21 cm. Si una es $\frac{3}{4}$ de la otra, calcula el área y el perímetro de este rombo.
5. Calcula el lado y el área de un cuadrado inscrito en una circunferencia de 12 cm de radio.

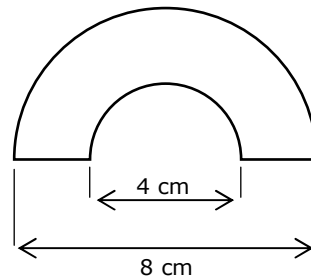
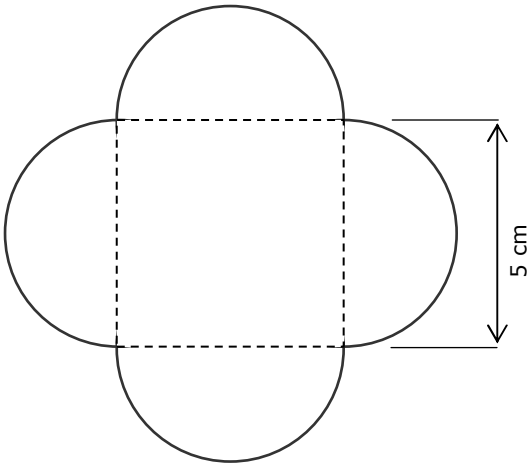


6. La longitud de una circunferencia es de 10,99 mm. ¿Cuánto vale su radio? ¿Y el diámetro?
7. Una rueda tiene un radio de 70 cm. ¿Qué espacio recorre la rueda al dar una vuelta? ¿Y al dar veintidós?
8. Si el radio de una circunferencia se triplica, ¿qué le pasa a la longitud de la circunferencia?
9. Las ruedas de un coche necesitan dar 500 vueltas para recorrer una distancia de 376,8 m ¿cuánto mide su radio?
10. ¿Cuál es la longitud de un arco cuya amplitud es de 65° correspondiente a una circunferencia de 5 cm de radio?
11. En una circunferencia, la amplitud de arco correspondiente a una longitud de 30 cm es de 108° . ¿Cuál es su radio?
12. ¿Cuál es la amplitud de un arco de 40 cm de longitud y de 15 cm de radio?
13. Halla el área de un círculo sabiendo que la longitud de la circunferencia correspondiente es de 15,7 cm.
14. La diagonal de un rectángulo mide 10 cm. Halla la longitud de la circunferencia circunscrita en este rectángulo.
15. Calcula el área de un hexágono regular inscrito en una circunferencia de 10 cm de diámetro.

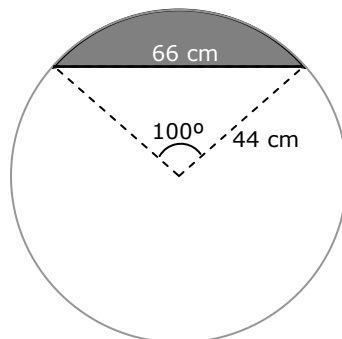
16. Calcula el área de la región sombreada



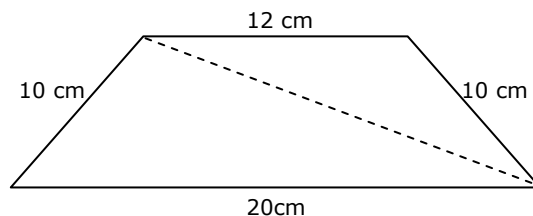
17. Calcula el área y el perímetro de la siguientes figuras:



18. Calcula el área del segmento circular sombreado en la figura siguiente:



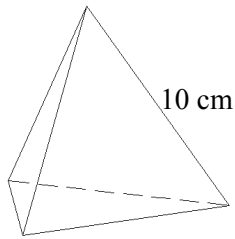
19. Calcula la diagonal del siguiente trapecio isósceles:



20. A Juan le gustaría saber cuántos metros avanza cada vez que da una pedalada en su bicicleta de montaña. Para ello ha medido el diámetro de las ruedas, 70 cm, y se ha fijado en los dientes que tienen los platos y los piñones. ¿Puedes ayudar a Juan en el cálculo de la longitud de sus pedaladas sabiendo que piensa utilizar un plato de 48 dientes y un piñón de 12? ¿y si utilizase un plato de 38 dientes y un piñón de 18?

21. Calcula la superficie de un cubo de 10 cm de arista.

22. Calcula la superficie exterior de un tetraedro regular de 10 cm de arista.



23. Se corta un cubo de 5 cm de arista por un plano paralelo a una de las caras, obteniendo dos prismas iguales. Calcula la superficie de uno de esos prismas.

24. Calcula la superficie total de una pirámide de base cuadrada sabiendo que la arista de la base mide 6 cm y la arista lateral mide 5 cm.

25. Calcula la superficie total de una pirámide hexagonal, regular, sabiendo que la arista lateral mide 10 cm y la de la base 4 cm.

26. Calcula la superficie de un octaedro regular de 10 cm de arista.

27. Calcula la superficie de un icosaedro regular de 8 cm de arista.

28. Dibuja el desarrollo de la superficie total de un cilindro de 2 cm de radio y 3 cm de altura. Calcula dicha superficie.

29. Calcula la superficie lateral del menor cilindro en el que cabe un cubo de 4 cm de arista.

30. Dibuja el desarrollo de un cono de radio 1,5 cm y generatriz 3 cm y calcula su superficie lateral y su superficie total.

31. Calcula la superficie de una pelota de 15 cm de diámetro.

32. Calcula la superficie de la mayor esfera que cabe dentro de un cubo de 12 cm de arista.

33. Contesta:

- a) ¿Cuántos litros tiene un metro cúbico?
- b) ¿Cuántos litros hay en un hectómetro cúbico?
- c) ¿Cuántos centilitros hay en un decímetro cúbico?
- d) ¿Cuántos milímetros cúbicos hay en un centilitro?

34. ¿Cuántos frascos de 25 centilitros se pueden llenar con 40 dm^3 ?
35. ¿Cuántos frascos de 10 cm^3 se pueden llenar con 5 litros?
36. Calcula el volumen de un ortoedro de dimensiones $a=3 \text{ cm}$, $b=4 \text{ cm}$ y $c=5 \text{ cm}$.
37. Calcula el volumen de un cilindro de 2 cm de radio y 5 cm de altura.
38. Calcula el volumen de una pirámide de base cuadrada, sabiendo que su arista de la base mide 5 m y su arista lateral mide 8 m.
39. Calcula el volumen de un cono de 4 cm de diámetro y 5 cm de altura.
40. En un cubo de 30 cm de arista se introduce una esfera de 15 cm de radio. Calcula el volumen libre dentro del cubo.
41. Calcula el volumen de un octaedro regular de 10 cm de arista.
42. Calcula el volumen de una pirámide hexagonal, regular, sabiendo que la arista lateral mide 10 cm y la de la base 4 cm.