

4º ESO

ÍNDICE

TEMA 1: NÚMERO REAL.....	4
TEMA 2: POLINOMIOS Y FRACCIONES ALGEBRAICAS.....	8
TEMA 3: ECUACIONES, INECUACIONES Y SISTEMAS.....	15
TEMA 4: FUNCIONES.....	27
TEMA 5: TRIGONOMETRÍA.....	46
TEMA 6: GEOMETRÍA ANALÍTICA.....	53

I

TEMA 1: NÚMERO REAL.

1.- Expresa en forma decimal las siguientes fracciones e indica qué tipo de decimal has obtenido (exacto, puro o mixto):

$$\frac{3}{4}, \quad \frac{3}{7}, \quad \frac{5}{14}, \quad \frac{13}{25}, \quad \frac{17}{15}, \quad \frac{3}{22}$$

Sol: 0,75 exacto; 0,428571 puro; 0,3571428 mixto; 0,52 exacto; 1,13 mixto; 0,136 mixto.

2.- Pasa a fracción los siguientes números decimales, simplificando el resultado al máximo:

$$0.75, \quad 1.\overline{18}, \quad 0.12\overline{3}, \quad 2.25, \quad 1.2\overline{3}, \quad 2.\overline{3}$$

Sol: $\frac{3}{4}; \frac{13}{11}; \frac{37}{300}; \frac{9}{4}; \frac{37}{30}; \frac{7}{3}$

3.- Calcula las siguientes potencias repasando antes sus propiedades:

$$9^2, \quad (-9)^2, \quad -9^2, \quad 2^{-1}, \quad 3^{-2}, \quad (1/3)^0, \quad (1/3)^3, \quad (3/2)^{-1}, \quad 1.241^0$$

Sol: 81; 81; -81; $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{9}$; 1; $\frac{1}{27}$; $\frac{2}{3}$; 1

4.- Pasa a potencia única:

$$7^{-2} \cdot 7^3, \quad 9^0 \cdot 9^3, \quad 10^{-20} \cdot 10^{-4}, \quad 10^{20} \div 10^4, \quad 9^{-2} \div 9^{-5}, \quad 7^{-2} \div 7^3, \quad (2^{-1})^{-3}$$

Sol: $7; 9^3; 10^{-24}; 10^{16}; 9^3; 7^{-5}; 2^3$

5.- Calcula: a) $\frac{2^0 \cdot 2^{-1} \cdot (-2)^3}{2^{-2} \cdot (-2)^2 \cdot (-2)^{-2}}$ b) $3^{-1} \cdot 3 - 3^0 + 1 - 25^1$

Sol: a) -16; b) -24

6.- Calcula, simplificando los resultados:

a) $\left(3 - \frac{1}{5}\right) - \left(6 - \frac{3}{4}\right) + (-6 - 2)$ b) $(-1 - 6) - \left(6 - \frac{1}{3}\right) + \left(1 - \frac{8}{5}\right)$

c) $\frac{\left(2 - \frac{1}{3}\right) \cdot \left(6 + \frac{1}{2}\right)}{1 - \frac{1}{2}}$ d) $\frac{3 - \frac{3}{4}}{\left(2 + \frac{1}{5}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{5}\right)}$

Sol: a) -209/20, b) -199/15, c) 65/3, d) 225/176

7.- Halla la fracción generatriz de los siguientes números:

a) $0.\overline{25}$ b) $2.\overline{7}$ c) $0.\overline{16}$ d) $12.\overline{3}$ e) $5.\overline{016}$

Sol: a) $\frac{1}{4}$, b) $\frac{27}{10}$, c) $\frac{16}{99}$, d) $\frac{37}{3}$, e) $\frac{2483}{495}$

8.- Expresa en notación científica estas cantidades:

- a) La longitud del ecuador terrestre: 400.000.000 m
b) La velocidad de la luz: 300.000 Km/s
c) La masa del electrón: 0'000 000 000 000 000 000 000 000 000 910 8
d) Radio del universo: 15.000.000.000 años luz
e) Espesor de un billete de 5.000 ptas: 1 milímetro

Sol: a) $4 \cdot 10^8$ m; b) $3 \cdot 10^5$ km/s; c) $9,108 \cdot 10^{-31}$; d) $15 \cdot 10^{10}$ años luz; e) $1 \cdot 10^{-3}$ m.

9.- Completa el siguiente cuadro:

Número	hasta las	Redondeo
5.47	décimas	
0.2435	milésimas	
3.48261	diezmilésimas	
1.3627895	millonésimas	

Sol: 5,5; 0,244; 3,4826; 1,362790

10.- Efectúa las siguientes operaciones:

$$a) \frac{2^5 \cdot 6^{-3} \cdot (-3)^8}{18^{-2} \cdot (-12)^3} \quad b) \sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[4]{a^{-2}} \cdot \sqrt{\frac{1}{a}} \quad \text{Sol: a) } -\frac{3^6}{2^2}; b) \sqrt[3]{\frac{1}{a}}$$

11.- Efectúa las siguientes operaciones con calculadora y da el resultado en notación científica:

$$a) \frac{5,12 \cdot 10^3 \cdot 4,2 \cdot 10^7}{18 \cdot 10^{15}} \quad b) 4 \cdot 10^{13} - 7 \cdot 10^6 + 5,3 \cdot 10^{15} \quad \text{Sol: a) } 1,19 \cdot 10^{-4} \quad b) 5,34 \cdot 10^{15}$$

$$12.- \text{Calcula y simplifica: } \sqrt{32} - \frac{\sqrt{50}}{2} + \frac{5}{\sqrt{18}}. \quad \text{Solución: } \frac{7}{3}\sqrt{2}$$

13.- Expresa como una desigualdad y como un intervalo la siguiente frase: “x es un número mayor o igual que -3 y menor que 5”.

Sol: Como desigualdad: $-3 \leq x < 5$. Como intervalo: $[-3, 5)$.

14.- Simplifica los siguientes radicales:

$$a) \sqrt[3]{24}; b) \sqrt[6]{27}; c) \sqrt[3]{-108} \quad \text{Sol: a) } 2\sqrt[3]{3}; b) \sqrt{3}; c) -3\sqrt[3]{4}$$

15.- Racionaliza y simplifica el resultado:

$$a) \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{18}} \quad b) \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}} \quad \text{Sol: a) } \frac{\sqrt{6}}{3}; b) \frac{2-\sqrt{2}}{2}$$

16.- Realiza las siguientes operaciones con calculadora y da el resultado en notación científica:

$$a) \frac{2 \cdot 10^{-7} - 3 \cdot 10^{-5}}{4 \cdot 10^6 + 10^5} \quad ; b) \frac{60000^3 \cdot 0,00002^4}{100^2 \cdot 72000000 \cdot 0,0002^5} \quad \text{Sol: a) } -7,27 \cdot 10^{-12}; b) 1,5 \cdot 10^2$$

17.- Aproxima el número 560.856 a centenas, y el número 0'08532... a centésimas y a décimas. Da una acotación del error absoluto en los tres casos.

Sol: 560.900 con un error < 50 ; 0,09 con un error $< 0,005$; 0,1 con un error $< 0,05$.

18.- Para fotocopiar y encuadernar unos apuntes se consulta en dos tiendas:

- La 1ª cobra 400 céntimos por la encuadernación y 8 por cada fotocopia.

- La 2ª pide 300 céntimos por la encuadernación y 9 por cada fotocopia.

¿Cuál de las dos tiendas es más barata?

Sol: Para más de 100 fotocopias es más barata la 1ª.

19.- Para alquilar un local para celebrar una fiesta se consultan dos agencias:

a) $\left[\left(-\frac{1}{3} \right)^4 \right]^{\frac{1}{2}}$ b) $(3xy^2)^4$ c) $\left(x^{\frac{2}{3}} \cdot y \right)^3$

Sol: a) $1/9$; b) $3^4 \cdot x^4 \cdot y^8$; c) $x^2 \cdot y^3$.

30.- Efectúa:

$$\frac{7}{\sqrt{7} + \sqrt{3}} - \frac{3}{\sqrt{7} - \sqrt{3}} \quad \text{Sol: } \frac{-5\sqrt{3} + 2\sqrt{7}}{2}$$

31.- Dibuja: a) $\sqrt{10}$; b) $\sqrt{13}$; c) $\sqrt{6}$; d) $\sqrt{17}$

32.- Reduce a mínimo común índice:

a) $\sqrt{2^3}, \sqrt[3]{3^2}, \sqrt[4]{5^3}$ b) $\sqrt[3]{5^2}, \sqrt{7^3}, \sqrt[6]{5^5}$.

Sol: a) $\sqrt[12]{2^{18}}, \sqrt[12]{3^8}, \sqrt[12]{5^9}$; b) $\sqrt[6]{5^4}, \sqrt[6]{7^9}, \sqrt[6]{5^5}$

33.- Reduce a mínimo común índice:

a) $\sqrt[7]{2^2 \cdot 3^4 \cdot 7^5}, \sqrt[4]{3^5 \cdot 2^7}$ b) $\sqrt{5^3 \cdot 11^5}, \sqrt[6]{3^7 \cdot 10^3}$

Sol: a) $\sqrt[28]{2^8 \cdot 3^{16} \cdot 7^{20}}, \sqrt[28]{3^{35} \cdot 2^{49}}$; b) $\sqrt[6]{5^9 \cdot 11^{15}}, \sqrt[6]{3^7 \cdot 10^3}$

34.- Ordena de menor a mayor las siguientes raíces: $\sqrt{2}, \sqrt[5]{5}, \sqrt[3]{3}$ **Sol:** $\sqrt[5]{5} < \sqrt{2} < \sqrt[3]{3}$

35.- Racionalizar: a) $\frac{1}{\sqrt{5}}$; b) $\frac{6}{\sqrt{3}}$; c) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$; d) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{8}}$; e) $\frac{1}{\sqrt[3]{5}}$; f) $\frac{1}{\sqrt[5]{5^3}}$

Sol: a) $\frac{\sqrt{5}}{5}$; b) $2\sqrt{3}$; c) $\frac{\sqrt{10}}{5}$; d) $\frac{\sqrt{6}}{4}$; e) $\frac{\sqrt[3]{5^2}}{5}$; f) $\frac{6\sqrt[5]{5^2}}{5}$

36.- Racionalizar: a) $\frac{3}{\sqrt[5]{3^2}}$; b) $\frac{2}{\sqrt[4]{2^3}}$; c) $\frac{ab}{\sqrt[6]{a^2b^3}}$. **Sol:** a) $\sqrt[5]{3^3}$; b) $\sqrt[4]{2}$; c) $\sqrt[6]{a^4b^3}$

37.- Racionalizar: a) $\frac{2}{\sqrt{2} - \sqrt{3}}$; b) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{5}}$; c) $\frac{1}{1 + \sqrt{2}}$; d) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} - 3}$.

Sol: a) $-2(\sqrt{2} + \sqrt{3})$; b) $\frac{\sqrt{2}(\sqrt{5} - \sqrt{3})}{2}$; c) $\sqrt{2} - 1$; d) $\frac{1 + \sqrt{3}}{-2}$

38.- Racionalizar: a) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5} - 2\sqrt{3}}$; b) $\frac{1}{\sqrt[5]{7}}$; c) $\frac{4 - a^2}{\sqrt{2} - \sqrt{a}}$.

Sol: a) $\frac{5 + 2\sqrt{15}}{-7}$; b) $\frac{\sqrt[5]{7^4}}{7}$; c) $(2 + a)(\sqrt{a} + \sqrt{2})$

39.- Razona si son verdaderas o falsas las identidades:

a) $\sqrt{x} \sqrt{y} = \sqrt{xy}$; b) $2\sqrt[3]{x} = \sqrt[3]{8x}$; c) $\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$.

Sol: a) falsa; b) verdadera; c) falsa

40.- Simplificar, expresando con una sola potencia:

$$\frac{3^{-2} \cdot \sqrt[4]{3^3}}{3^{-4/3}} : \frac{\sqrt{3} \sqrt[5]{3^{-1}}}{3^{5/2}} \quad \text{Sol: } 3^{137/60}$$

41.- Efectúa los siguientes productos:

a) ${}^5\sqrt{16a^4bc^3} \cdot {}^5\sqrt{8ab^3c^2} \cdot {}^5\sqrt{64a^4b^3c^2}$;

Sol: a) $4abc^5 8a^4b^2c^2$; b) $3xy^2 3x$

42.- Efectúa los siguientes productos:

b) $\sqrt[4]{27x^3y^2} \cdot \sqrt[4]{9x^2y^3} \cdot \sqrt[4]{3xy^3}$

a) $\sqrt[3]{a^2b} \cdot \sqrt{2ab} \cdot \sqrt[4]{2^3ab^3}$; b) $\sqrt[10]{64a^8x^5} \cdot \sqrt[5]{8a^3x^2} \cdot \sqrt{32a}$.

Sol: a) $2ab\sqrt[12]{2^3a^5b^7}$; b) $2^3a^{10}\sqrt[2]{2^7a^9x^9}$

43.- Efectúa la siguiente operación:

$$\frac{\sqrt[3]{ab^2} \cdot \sqrt{2ax} \cdot \sqrt[3]{4a^2xb} \cdot \sqrt{2x}}{\sqrt[3]{2x^2} \cdot \sqrt[4]{8a^3x^2} \cdot \sqrt{b}}$$

Sol: $\sqrt[12]{2^7a^9b^6x^2}$

44.- Efectúa y expresar el resultado mediante radicales:

a) $\frac{a^{2/5} \cdot b^{3/4}}{a^{-1/2} \cdot b^{7/8}}$; b) $\left(5a^{1/2}b^{3/4}c^{-2}\right)^2 \cdot a^{-1/2}b^{2/3}c^{1/5}$.

Sol: a) $\frac{\sqrt[10]{a^9}}{\sqrt[8]{b}}$; b) $\frac{25\sqrt{a^6b^{13}}}{\sqrt[5]{c^{19}}}$

45.- Realiza las siguientes operaciones con radicales:

a) $7\sqrt{150} - 3\sqrt{18} + \sqrt{24} - 5\sqrt{8} - \sqrt{6}$

b) $\sqrt{2450} + \sqrt{882} - \sqrt{4050} + \sqrt{200} - \sqrt{800}$

c) $\left(\sqrt[3]{25 \cdot \sqrt[4]{125}}\right) : \sqrt[3]{5}$

d) $\frac{27^{-3} \cdot \sqrt[3]{9}}{81^{-1}}$

e) $\frac{\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[4]{125}}{\sqrt[6]{25}}$

f) $\sqrt[3]{5} - \sqrt[3]{250} + \sqrt[3]{16} + \sqrt[6]{256}$

g) $\frac{3}{5}\sqrt{98} - \frac{2}{3}\sqrt{50} + \sqrt{72}$

h) $\frac{\sqrt[3]{16\sqrt[4]{8^{-3}}}}{\sqrt[3]{\sqrt{32^{-2}}}}$

46.- Racionaliza y simplifica las siguientes expresiones con radicales:

a) $\frac{6}{\sqrt[3]{3}}$

e) $\frac{x+3}{\sqrt{x+3}}$

i) $\frac{3\sqrt{6} + 2\sqrt{2}}{3\sqrt{3} + 2}$

b) $\frac{5 - \sqrt{2}}{5 + \sqrt{2}}$

f) $\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{5} - \sqrt{2}}$

j) $\frac{11}{2\sqrt{5} + 3} + \frac{1 - \sqrt{5}}{3 + \sqrt{5}}$

c) $\frac{\sqrt{10} + \sqrt{5}}{\sqrt{10} - \sqrt{5}}$

g) $\frac{2 - \sqrt{3}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$

d) $\frac{12}{\sqrt[5]{6^2}}$

h) $\frac{7 - 3x}{\sqrt[4]{x-4}}$

47.- Expresa, en forma de intervalos, los conjuntos de números que cumplen cada una de las siguientes desigualdades:

a) $|2x - 6| \leq 12$

b) $|10 - 4x| \leq 30$

c) $|6x - 3| > 15$

d) $|3 - 2x| < -8$

e) $|-x - 6| \geq -3$

f) $\left|1 + \frac{2}{3}x\right| \leq 4$

g) $|5x - 6 + x| > 6$

h) $|-3x - 7| > -10$

TEMA 2: POLINOMIOS Y FRACCIONES ALGEBRAICAS.

1.- Dados $Q(x) = 2x^2 - 6x + 7$ y $R(x) = 3x^2 + 7x$, calcula $P(x)$ para que $P(x) + Q(x) = R(x)$.

Sol: $P(x) = x^2 + 13x - 7$

2.- Realiza las siguientes operaciones:

a) $(r^3 + 7r^2 + 6r + 4) - (r^3 + 3r^2 + 2r + 1)$

Sol: $4r^2 + 4r + 3$

b) $(3x^4 + 2x^3 + x - 8) - (x^4 - 3x^3 - 9)$

Sol: $2x^4 + 5x^3 + x + 1$

c) $(12u^5 - 21u^3 + 9u - 10) - (-28u^6 + 14u^5 - 21u^3 + u^2 - 2)$

Sol: $28u^6 - 2u^5 - u^2 + 9u - 8$

3.- Calcula las siguientes restas:

a) $(3a^2 + 4a - 4) - (12a^3 - 4a + 8)$

Sol: $-12a^3 + 3a^2 + 8a - 12$

b) $(2x^4 + 2x^3 - 7x^2 + 9) - (2x^4 - 2x^3 + x - 7)$

Sol: $4x^3 - 7x^2 - x + 16$

4.- Dados $P(x) = 16x^3 - 23x^2 + x - 19$, $Q(x) = 23x^4 + 7x^2 - x + 6$, $R(x) = -6x^4 + 3x^3 + x - 8$. Calcula:

a) $R(x) - (Q(x) + P(x))$

Sol: $-29x^4 - 13x^3 + 16x^2 + x + 5$

b) $(R(x) - Q(x)) + P(x)$

Sol: $-29x^4 + 19x^3 - 30x^2 + 3x - 33$

5.- Halla un polinomio que, restado de $4x^3 - 2x^2 + x - 1$, sea $3x^3 - x^2 + x - 3$. **Sol:** $x^3 - x^2 + 2$

6.- Calcula:

a) $(x + 3)^3$ **Sol:** $x^3 + 9x^2 + 27x + 27$

b) $(x - 1)^3$ **Sol:** $x^3 - 3x^2 + 3x - 1$

c) $\left(\frac{x}{3} - \frac{2}{3}\right)^3$ **Sol:** $\frac{x^3}{27} - \frac{2x^2}{9} + \frac{4x}{9} - \frac{8}{27}$

7.- Factoriza:

a) $x^2 - 6x + 9$ **Sol:** $(x - 3)^2$

e) $x^2 - 4x + 4$ **Sol:** $(x - 2)^2$

b) $x^2 - 9$ **Sol:** $(x - 3)(x + 3)$

c) $x^2 - 64$ **Sol:** $(x - 8)(x + 8)$

f) $\frac{25}{4}x^2 - 5x + 1$ **Sol:** $\left(\frac{5}{2}x - 1\right)^2$

d) $2x^2 - 2x$ **Sol:** $2x(x - 1)$

8.- Efectúa las siguientes divisiones:

a) $(x^6 - 3x^5 + 5x^4 + 6x^3 + 2x^2 - 4x + 2) : (x^3 - 2x + 3)$ **Sol:** $C(x) = x^3 - 3x^2 + 7x - 3$, $R = 25x^2 - 31x + 11$

b) $(6x^6 - x^5 - 12x^4 + 8x^3 - x^2) : (x^4 - 2x^2 + x)$ **Sol:** $C(x) = 6x^2 - x$, $R = 0$

9.- Halla un polinomio que al dividirlo por $x + 2$, dé como cociente $2x^2 - x + 4$ y como resto 3.

Sol: $2x^3 + 3x^2 + 2x + 11$

10.- Calcula por la regla de Ruffini, el cociente y el resto de las siguientes divisiones:

a) $(x^6 - 3x^5 + 9x^3 - x^2 + 1) : (x - 1)$

Sol: $C(x) = x^5 - 2x^4 - 2x^3 + 7x^2 + 6x + 6$, $R = 7$

b) $(2x^4 - 3x^3 + x^2 - 8x + 1) : (x - 3)$

Sol: $C(x) = 2x^3 + 3x^2 + 10x + 22$, $R = 67$

c) $(2x^4 - 3x^3 + 6x + 2) : (x + 3)$

Sol: $C(x) = 2x^3 - 9x^2 + 27x - 75$, $R = 227$

11.- Calcula el valor numérico de los siguientes polinomios para $x = 2$:

a) $P(x) = 3x^4 - 2x^3 + 9$ **Sol:** $P(2) = 41$

b) $Q(x) = 9x^3 - 5$

Sol: $Q(2) = 67$

12.- Dado $P(x) = x^3 - 4x^2 + 7$, halla $P(-2)$.

Sol: $P(-2) = -17$

13.- Calcula el resto, sin hacer ningún tipo de división, de las siguientes divisiones:

a) $(x^{150} - x + 7) : (x - 1)$ **Sol:** 7

b) $(x^{17} - x - 3) : (x + 1)$ **Sol:** -3

14.- Calcula m , si el resto de dividir el polinomio $x^3 - x^2 + mx - 4$ por $x - 3$ es -1. **Sol:** $m = -5$.

15.- Calcula a sabiendo que al dividir el polinomio $(x^4 - ax)^2$ por $x + 1$, el resto es 0. **Sol:** $a = -1$

16.- Factoriza los siguientes polinomios:

a) $x^3 - 7x^2 + 12x$ **Sol:** $x(x - 3)(x - 4)$

b) $x^2 + 2x + 1$

Sol: $(x + 1)^2$

c) $x^2 + 1$

Sol: No se puede factorizar

- d) $x^2 - 16$ **Sol:** $(x - 4)(x + 4)$
 e) $x^3 - 8x^2$ **Sol:** $x^2(x - 8)$
 f) $x^2 - 4x - 12$ **Sol:** $(x + 2)(x - 6)$
 g) $5x^2 - 7x - 6$ **Sol:** $5(x - 2)(x + 3/5)$
 h) $3x^3 - 5x^2 + 2x$ **Sol:** $3x(x - 1)(x - 2/3)$
 i) $2x^3 + x^2 - 8x - 4$ **Sol:** $2(x - 2)(x + 2)(x + 1/2)$
 j) $2x^3 - 4x^2 - 10x + 12$ **Sol:** $2(x - 1)(x + 2)(x - 3)$

17.- Calcula m.c.d. y m.c.m. de $A(x) = x^4 - 81$ y $B(x) = x^3 + 2x^2 - 9x - 18$.
Sol: m.c.d. = $(x - 3)(x + 3)$, m.c.m. = $(x - 3)(x + 3)(x^2 + 9)(x + 2)$

18.- Realiza la siguiente operación:

a) $\frac{3x}{x+2} - \frac{1}{x^2+5x+6} + \frac{7x+3}{x+3}$ **Sol:** $\frac{10x^2+26x+5}{x^2+5x+6}$
 b) $\frac{x}{x^2-1} + \frac{2x-1}{x+1} - \frac{3}{x-1}$ **Sol:** $\frac{2x^2-5x-2}{x^2-1}$

19.- Simplifica:

a) $\frac{x+1}{x^2+2x+1}$ **Sol:** $\frac{1}{x+1}$ d) $\frac{x^3-5x^2}{x^2-25}$ **Sol:** $\frac{x^2}{x+5}$
 b) $\frac{(x-1)^2(x+1)}{x^2-1}$ **Sol:** $x-1$ e) $\frac{x+1}{x^2+x}$ **Sol:** $\frac{1}{x}$
 c) $\frac{x^2-4x+4}{2x-4}$ **Sol:** $\frac{x-2}{2}$ f) $\frac{2x^2-7x+3}{2x^2-5x-3}$ **Sol:** $\frac{2x-1}{2x+1}$

20.- Si $p(x) = 2x^3 + 6x$; $q(x) = x^2 - 2x + 3$; y $r(x) = 2x^3 + x^2 - 1$, calcula:

- a) $p(x) + q(x) - r(x)$
 b) $p(x) - (q(x) - r(x))$
 c) $-q(x) + r(x) - p(x)$

21.- Dados los polinomios $p(x) = 3x^2 - x + 2$, $q(x) = x^3 - 2$, $r(x) = \frac{1}{2}x + 1$, calcula:

- a) $p(x) - q(x)r(x)$ d) $(q(x))^3 r(x)$
 b) $(p(x))^2 - q(x)$ e) $(p(x) + q(x))^2$
 c) $(p(x) - q(x))(r(x) - p(x))$ f) $q(x)(r(x))^2 + p(x)$

22.- Expresa:

- a) $9x^4 - 12x^2 + 4$ como cuadrado de otro polinomio.
 b) $x^3 - 12x^2 + 48x - 64$ como cubo de un polinomio.
 c) $x^{2n} + 2ax^n + a^2$ como cuadrado de un polinomio.

23.- Divide y comprueba el resultado:

- a) $6x^5 - x^4 - 8x^3 + 15x^2 - 8x$ por $2x^2 - 3x + 2$
 b) $4x^3 + 2x^2 - 3x + 1$ por $2x + 1$
 c) $x^7 - x^6 + x^2 + 3$ por $x^4 - x^2$
 d) $2x^3 + 2x + 1$ por $x^2 - x + 1$
 e) $3,2x^2 - 2,4x + 1,2$ por $2x + 3$

f) $\frac{1}{2}x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{3}{4}$ por $x+1$

g) x^{81} por $x^{20} + 1$

h) $x^{15} - a^{15}$ por $x^3 - a^3$

i) $x^{10} + x^8 + x^6 + x^4 + x^2 + 1$ por $x^2 - 1$

j) $x^9 - x^8 + x^7 - x^6 + x^5 - x^4 + x^3 - x^2 + x - 1$ por $x - 1$

k) $x^{15} - 2x^6$ por $x^3 + 1$

l) $4x^{2n} + x^n$ por $2x^n + 1$

m) $ax^4 + b$ por $x - 1$

24.- ¿Qué valor hay que darle a k para que el resto de la división de $8x^3 + 2x^2 + kx + 6$ por $2x - 1$ sea 3?

25.- Determina a y b con la condición de que al dividir $3x^3 + 2x^2 + ax + b$ por $x^2 - x + 1$ el resto sea 0.

26.- Si $\text{gr}(p(x)) = 8$ y $\text{gr}(q(x)) = 4$, justifica cuáles de las siguientes afirmaciones son ciertas:

a) El polinomio $q(x)^2 + p(x)$ puede ser de tercer grado.

b) El polinomio $p(x) - x^5q(x)$ es de grado 9.

c) El cociente de dividir $p(x)$ por $q(x)$ es de segundo grado.

d) El resto de la división entera de $p(x)$ por $q(x)$ puede ser de segundo grado.

27.- Sean $p(x) = 6x^4 - x^3 + 6x^2 - 2$ y $c(x) = 3x^2 + x - 1$ el dividendo y el cociente de una división entera. Halla el divisor y el resto.

28.- Calcula el valor de k para que al dividir:

a) $x^2 - 6x + k$ entre $x - 2$ se obtenga de resto 2.

b) $x^2 - \frac{4}{3}x + k$ entre $x - \frac{1}{3}$ se obtenga de resto $\frac{6}{9}$.

29.- ¿Es $9x^2 - 25$ múltiplo del polinomio $3x + 5$? Razónalo.

30.- ¿Es $2x + 1$ un divisor de $4x^2 - 1$? ¿Por qué?

31.- Efectúa las siguientes divisiones mediante la regla de Ruffini:

a) $2x^3 - 5x^2 + 3$ entre $x - 2$

e) $x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$ entre $x - 1$

b) $x^4 - 3x^3 + 1$ entre $x + 2$

f) $2 - 3x^2 + 4x^4$ entre $x - 3$

c) $x^4 + 1$ entre $x + 1$

g) $\frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{9}x + 3$ entre $x - 2$

d) $x^3 - 1$ entre $x + \frac{1}{3}$

32.- Halla el valor de c para que el polinomio $5x^2 - 7x + c$ sea divisible por $x + 2$.

33.- Comprueba sin dividir que:

a) $x^8 - 1$ es divisible por $x - 1$

d) $x^2 + 4$ no es divisible por $x + 2$

b) $x^3 - 8$ es divisible por $x - 2$

e) $x^5 + 1$ no es divisible por $x - 1$

c) $x^3 + 27$ es divisible por $x + 3$

f) $x^2 - 36$ es divisible por $x + 6$

34.- ¿Qué resto se obtiene al dividir $x^3 + 2x^2 + \frac{14}{25}x + \frac{1}{5}$ entre $x + \frac{1}{5}$?

35.- Halla el valor de:

- a) m para que al dividir $4x^3 - mx + 2$ entre $x - 2$ se obtenga resto 4.
 b) n para que el polinomio $2x^3 + nx^2 - 7$ sea divisible por $x + 1$.
 c) k para que el polinomio $5x^3 - kx^2 + 3x - 2$ sea divisible por $x + 2$.

36.- ¿Verdadero o falso? Razona tu respuesta.

- a) $x + 5$ es divisor de $x^2 - 25$.
 b) $x^2 + 9$ es múltiplo de $x + 3$.
 c) $x^2 - 4$ es múltiplo de $x - 2$.
 d) $x^2 - 36$ es múltiplo de $x + 6$.
 e) $x + 7$ es divisor de $x^2 + 49$.
 f) $x + \frac{1}{2}$ es divisor de $x^2 - \frac{1}{4}$.
 g) $x^3 - x^2 + x - 1$ es divisor de $x^4 - 1$.
 h) $x^2 - 3$ es divisor de $x^4 - 9$.
 i) $x^4 - 1$ es múltiplo de $x^2 + 1$.
 j) $x^6 - 2^6$ es divisible por $x - 2$.
 k) $x^6 - 2^6$ es divisible por $x + 2$.
 l) $x^8 - 5^8$ es divisible por $x + 5$.
 ll) $x^8 - 5^8$ es divisible por $x - 5$.
 m) $x^4 + 3^4$ es divisible por $x + 3$.
 n) $x^4 + 3^4$ es divisible por $x - 3$.
 ñ) $x^3 - 5^3$ es divisible por $x + 5$.
 o) $x^3 - 5^3$ es divisible por $x - 5$.
 p) $x^9 + 2^9$ es divisible por $x + 2$.
 q) $x^7 + 2^7$ es divisible por $x - 2$.

37.- En el polinomio $p(x) = 3x^4 - mx^2 + 3x - 2$ se verifica que $p(2) = 10$. Calcula el valor de m.

38.- Al dividir $x^2 + bx + c$ por $x - 3$ se obtiene resto 2. ¿Cuánto valen b y c si este polinomio es divisible por $x - 2$?

39.- ¿Es divisible el polinomio $x^{13} - 1$ por $x - 1$? ¿Y por $x + 1$?

40.- Escribe, si es posible, como producto de polinomios de primer grado:

- a) $p(x) = x^2 + 2x - 3$ b) $q(x) = x^2 + 5x + 10$ c) $t(x) = 4x^2 - 8x + 3$

41.- Factoriza los siguientes polinomios:

- a) $4x^2 - 36$ d) $\frac{9}{25}x^2 - 4$
 b) $x^2 - 10x + 25$
 c) $x^3 + 3x^2 - 4x$ e) $9x^4 + 12x^3 + 4x^2$

42.- De los siguientes polinomios, di cuáles son divisibles por $x - 1$:

- a) $x^2 - 2x + 1$ c) $(x - 1)(x + 5)$ e) $5x^2 - 6$
 b) $x^2 - 1$ d) $x^2 + 2x - 3$ f) $8x^2 - 8$

43.- De los siguientes polinomios, di cuáles son divisibles por $x + 2$:

- a) $x^3 - 10$ b) $x^2 + 4x + 4$ c) $(x - 2)(x + 5)$ d) $x^2 - 3x - 10$

44.- ¿Verdadero o falso? Justifica tu respuesta:

- a) -3 es una raíz de $x^2 - 9$.
 b) -3 es una raíz de $9 + x^2$.
 c) 5 es una raíz de $x - 5$.
 d) -2 es una raíz de $8 + x^3$.
 e) $\frac{1}{5}$ es una raíz de $x^2 - \frac{1}{25}$.

45.- Escribe un polinomio tal que:

- a) tenga por raíces 1, 5 y -2 .
 b) $p(0) = p(-3) = p(1/2) = 0$.

46.- Factoriza los siguientes polinomios y calcula sus raíces:

a) $u(x) = x^3 - 3x^2 - 6x + 8$

d) $t(x) = 3x^3 - x^2 - 7x + 5$

b) $v(x) = -2x^3 + 2x^2 + 18x - 18$

e) $r(x) = -x^3 + 25x$

c) $s(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$

f) $m(x) = x^3 - 8$

47.- ¿Cuáles de las siguientes factorizaciones son erróneas?

a) $x^2 - 10x + 25 = (x - 5)(x - 5)$

d) $x^2 - \frac{1}{4} = (x - \frac{1}{2})(x - \frac{1}{2})$

b) $4x^2 - 9 = (2x + 3)(2x - 3)$

c) $x^2 - 14x + 49 = (x + 7)(x - 7)$

e) $x^2 + x + \frac{1}{4} = \left(x + \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{1}{2}\right)$

48.- Factoriza y calcula las raíces de:

a) $p(x) = x^4 - 25x^2$

b) $q(x) = x^3 + 12x^2 + 36x$

c) $r(x) = 49x^2 - 36$

d) $s(x) = \frac{4}{49}x^2 - \frac{1}{81}$

49.- Escribe un polinomio ordenado que cumpla:

a) grado 3 y raíces 1, -3, -4.

b) grado 4, raíces 0, 1, 2, -3 y coeficiente líder 2.

50.- ¿Verdadero o falso? ¿Por qué?

a) $x - 3$ divide a $x^3 - 3^3$

d) $x^3 - 2^3$ es divisible por $x + 2$

b) $x^2 - 36$ es divisible por $x - 6$

e) $x^4 - 1^4$ es divisible por $x - 1$

c) $x^2 + 3^2$ es divisible por $x + 3$

f) $x^3 + 1^3$ es múltiplo de $x + 1$

51.- Halla un divisor y un múltiplo comunes para cada par de polinomios:

a) $\begin{cases} p(x) = x + 1 \\ q(x) = x^2 - 1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} p(x) = x - 5 \\ q(x) = x^2 - 4x - 5 \end{cases}$

c) $\begin{cases} p(x) = x - 6 \\ q(x) = 2x^2 - 15x + 18 \end{cases}$

52.- Calcula el m.c.d. y m.c.m. de los polinomios:

a) $p(x) = (x + 3)(x - 4)$ y $q(x) = (x - 2)(x - 4)$

b) $p(x) = (x - 3)^3$ y $q(x) = x^2 - 9$

c) $p(x) = (x + 1)(x^2 - 4)$ y $q(x) = (x + 2)^2$

d) $p(x) = x^3 - x^2 - 6x$ y $q(x) = x^2 - 2x - 8$

53.- Halla el valor numérico del polinomio $2x^4 + 5x^3 - 5x^2 - 5x + 3$ para $x = 1$ y para $x = -1$

54.- Simplifica, cuando sea posible, las fracciones.

a) $\frac{x^3 + 2x^2}{x + 2}$

b) $\frac{(x + a)^2}{x^2 - a^2}$

c) $\frac{(x - 1)(x - 2)^2}{(x - 1)^3(x - 2)}$

d) $\frac{2y^2 + 2y - 4}{y^2 + 5y + 6}$

e) $\frac{3x}{3+x}$

f) $\frac{8}{x^8}$

55.- Reduce a común denominador:

a) $\frac{x+2}{x}$ y $\frac{x+3}{x^2}$

b) $\frac{2x+6}{x-1}$ y $\frac{x}{x^2+x+2}$

56.- Calcula:

a) $\frac{1}{t} + \frac{1-t}{t^2+2t} - \frac{2}{t+2}$

d) $\frac{1}{x^3-8} : \frac{1}{2-x}$

b) $\frac{1}{x+a} - \frac{1}{(x+a)^2} - \frac{1}{x-a} + \frac{1}{x^2-a^2}$

e) $(5x-1) : \frac{x+2}{x-3}$

c) $\frac{(2n+1)(n-2)}{n-3} \cdot \frac{n^2}{(2-n)(n+3)}$

57.- Averigua si son equivalentes las siguientes fracciones algebraicas:

a) $\frac{x^2-3x+2}{x^2-5x+6}$ y $\frac{x^2-5x+4}{x^2-7x+12}$

b) $\frac{x^2+5}{3x+5}$ y $\frac{x^2}{3x}$

58.- Simplifica cuando sea posible:

a) $\frac{6x^2-x-2}{3x^2+4x-4}$

d) $\frac{(x^2-4)(x-3)^2}{(x-3)(x+2)}$

g) $\frac{4x^3+x^2-5x}{2x^2-5x+3}$

b) $\frac{x^2+x+1}{x+1}$

e) $\frac{(x+1)^3+(x-1)^3}{x^2+3}$

h) $\frac{x^2+bx+c}{x^2+bx-c}$ con $c \neq 0$

c) $\frac{x^5-x^3}{x^7+x^4}$

f) $\frac{3x^3+x^2+9x+3}{2x^4+5x^2-3}$

i) $\frac{x-a}{x^5-a^5}$

j) $\frac{x^4-81}{(x+3)^2}$

k) $\frac{x^8-5x^7-2x+10}{x^6-5x^5+2x-10}$

l) $\frac{x^4-x^3-x^2-x-2}{2x^3-x^2-5x-2}$

ll) $\frac{[p(x)]^2 q(x)}{p(x)[q(x)]^5}$

m) $\frac{[p(x)]^2 q(x) + p(x)[q(x)]^2}{[p(x)]^2 [q(x)]^3}$

ñ) $\frac{8x^3+4x^2-10x+3}{8x^3+20x^2+6x-9}$ con $x = \frac{1}{2}$ es raíz de ambos términos.

59.- Si $A = \frac{x-1}{x+1}$; $B = \frac{3}{x^2-1}$; $C = \frac{(x-1)^2}{x}$ calcula:

a) $A - BC$

b) $\frac{AC}{B}$

c) $(A + 2B - C)^2$

TEMA 3: ECUACIONES, INECUACIONES Y SISTEMAS.

1.- Dada la ecuación $x^2 + bx - 24 = 0$, hallar b sabiendo que una de las raíces es -3. **Sol:** b = - 5

2.- Sea $x^2 - 23x + c = 0$, halla c sabiendo que una de sus soluciones es 15. **Sol:** c = 120

3.- Escribe la ecuación de 2º grado cuyas soluciones son: 4 y 1/4. **Sol:** $x^2 - \frac{17}{4}x + 1 = 0$

4.- Escribe la ecuación de 2º grado cuyas soluciones son: -1/2 y -3/4. **Sol:** $x^2 + \frac{5}{4}x + \frac{3}{8} = 0$

5.- La suma de un número y su inverso es 50/7. Hállalo. **Sol:** 7

6.- Resuelve:

a) $\frac{x}{9} = \frac{2}{x-3}$ **Sol:** 6; - 3

b) $(x-2)(3x-1) = 0$ **Sol:** 0; 1/3

c) $(3x+3)(3x-2) = 0$ **Sol:** -1; 2/3

d) $1 - \frac{x+1}{6} = \frac{x}{2} + \frac{x-1}{3}$ **Sol:** 1

e) $\frac{3x+2}{x+1} - \frac{3}{4} = 2$ **Sol:** 3

f) $\frac{8}{x} - 1 = \frac{4}{x}$ **Sol:** 4

g) $\frac{x}{6} - \frac{2x-1}{6} - \frac{1}{3}\left(\frac{2}{5} - \frac{x}{3}\right) = 0$ **Sol:** 3/5

h) $(x+2)(x-2) = 2(x+5) + 21$ **Sol:** 7; -5

i) $x+1 = \frac{6}{x}$ **Sol:** 2; 3

j) $\frac{9}{x} - \frac{x}{3} = 2$ **Sol:** 3; -9

k) $(x^2-5)(x^2-3) = -1$ **Sol:** -2; 2

l) $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$ **Sol:** -3; -2; 2; 3

m) $9x^4 + 5x^2 - 4 = 0$ **Sol:** -2/3; 2/3

n) $\sqrt{x^2-5} = 2$ **Sol:** 3; -3

ñ) $3x - 3\sqrt{x+3} = x+3$ **Sol:** 6

o) $\sqrt{x^2+9} + x^2 = 21$ **Sol:** 4; -4

p) $\sqrt{x-2} - \sqrt{x-14} = 1$ **Sol:** 177/4

q) $\sqrt{x^2-5x+1} = 2x-1$ **Sol:** 0; -1/3

r) $\frac{1-x}{3} + \frac{2x+1}{5} - \frac{x}{5} = \frac{29}{60}$ **Sol:** 3/8

s) $\frac{2x+3}{6} - x - \frac{5-x}{9} = 2 - \frac{x}{3}$ **Sol:** - 37/4

u) $8x^2 + 17x = 0$ **Sol:** 0; - 17/8

x) $3x^2 - 7 = 0$ **Sol:** $\pm \frac{\sqrt{21}}{3}$

y) $7x^2 - 5 = 0$ **Sol:** $\pm \frac{\sqrt{35}}{7}$

z) $(x+1) \cdot (x-1) = 8x - 13$ **Sol:** 2; 6

a') $(2x+6) \cdot (2x-6) = 64$ **Sol:** 5; - 5

b') $-3x^2 - x + 2 = 0$ **Sol:** - 1; 2/3

c') $(4x+9)^2 + 5x = 41x + 137$ **Sol:**
 $\frac{-9 \pm \sqrt{305}}{8}$

d') $(x+2)^2 - 7x = x+1$ **Sol:** 1; 3

e') $(x-2)^2 - 3x = 4 - x^2 + x$ **Sol:** 0; 4

f') $(x-1)^2 + 2x = 170$ **Sol:** 13; - 13

g') $(x+3)^2 + (x+5)^2 = 10$ **Sol:** - 2; - 6

h') $y^2 + y = 0$ **Sol:** 0; - 1

i') $z^2 + 16 = 0$ **Sol:** No tiene

7.- Los reyes de una dinastía tuvieron 9 nombres diferentes. La tercera parte del número de reyes llevó el primero de estos nombres; la cuarta parte, el segundo; la octava parte, el tercero; la doceava, el cuarto, y cada uno de los nombres restantes lo llevó un solo rey. Halla el número de reyes de la dinastía. **Sol:** 24 reyes.

8.- Dos albañiles hacen un trabajo en 3 horas. Uno de ellos lo haría en sólo 4 horas. Calcula el tiempo que tardaría en hacerlo el otro solo. **Sol:** 12 horas.

9.- El dividendo de una división es 1.081. El cociente y el resto son iguales, y el divisor es doble del cociente. ¿Cuál es el divisor? **Sol:** 46 ó -47

10.- ¿Cuántos litros de leche con 35% de grasa han de mezclarse con leche de 4% de grasa para obtener 20 litros de leche con 25% de grasa? **Sol:** 13,55 de la 1ª y 6,45 de la 2ª.

11.- Resuelve las inecuaciones siguientes:

a) $\frac{3}{2}x + 1 > 2x - \frac{4}{3}$ **Sol:** $x \in \left] -\infty, \frac{14}{3} \right[$

b) $2(3+x) < \frac{8+x}{3}$ **Sol:** $x \in \left] -\infty, -2 \right[$

c) $(2x+2) - (4-x) \leq 3x-5$ **Sol:** No tiene

d) $x^3 - 11x^2 + 10x < 0$
Sol: $x \in \left] -\infty, 0 \right[\cup \left] 1, 10 \right[$

e) $x^3 - 12x^2 + 32x \geq 0$
Sol: $x \in [0, 4] \cup [8, +\infty[$

f) $\frac{1}{x} \leq 1$ **Sol:** $x \in \left] -\infty, 0 \right[\cup [1, +\infty[$

g) $\frac{x}{x-5} > \frac{1}{2}$ **Sol:** $x \in \left] -\infty, -5 \right[\cup [5, +\infty[$

h) $\frac{x-1}{x+1} > \frac{x}{x-1}$ **Sol:** $x \in \left] -\infty, -1 \right[\cup \left] \frac{1}{3}, 1 \right[$

i) $x^2 + 2x - 8 \leq 0$ **Sol:** $x \in [-4, 2]$

j) $x^2 + 2x + 8 < 0$ **Sol:** No tiene

k) $x^2 + 4x + 4 \geq 0$ **Sol:** Todo nº real

12.- Disponemos de dos tipos de vino: uno de ellos cuesta 1euro el litro y el otro 1'20 el litro. Nos solicitan 50 litros que debemos vender a 1'15 euros el litro. ¿Qué cantidad mezclaremos de cada uno de ellos? **Sol:** 12,5 litros del 1º y 37,5 litros del segundo.

13.- Hallar tres números pares naturales consecutivos sabiendo que su producto es cuatro veces su suma. **Sol:** 2, 4 y 6.

14.- Hallar la edad de tres hermanos sabiendo que el primero tiene tres años más que el segundo y éste nueve años más que el tercero. La suma de las edades de los tres es 39 años. **Sol:** 6, 15 y 18 años.

15.- Hallar tres n^{os} consecutivos sabiendo que la suma es igual al doble del mayor. **Sol:** 1, 2 y 3.

16.- En la clase de Matemáticas, con 35 estudiantes, han aprobado el mismo número de chicas que de chicos. El número de chicas aprobadas supone un 80% sobre las que hay en la clase. Para los chicos el porcentaje es del 60%. Hallar el número de chicas y chicos de la clase así como el número de aprobados de cada sexo. **Sol:** 20 chicos y 15 chicas.

17.- Hallar dos números naturales impares consecutivos sabiendo que la suma de sus cuadrados es 970. **Sol:** 21 y 23.

18.- La suma de las edades de los hermanos Juan y Pepe, y la de su madre es igual a 60 años. Sabiendo que la edad de Juan es triple que la de su hermano, y que la edad de la madre es doble que la suma de las edades de sus hijos, hallar la edad de cada uno de ellos. **Sol:** Pepe 5 años, Juan 15 y la madre 40.

19.- La edad de Ana es doble de la de María, y hace siete años la suma de las edades era igual a la edad actual de Ana. ¿Cuáles son las edades de Ana y de María, y cuándo Ana ha tenido el triple de años que María? **Sol:** Ana 28 años y María 14. Hace 7 años.

20.- La quinta parte de una huerta está plantada de cebollas, las dos terceras partes de tomates y el resto de lechugas. Sabiendo que las cebollas ocupan 200 metros cuadrados más que la parte que ocupan las lechugas, hallar la superficie de la huerta. **Sol:** 3.000 m².

21.- La madre de Luis va al mercado. En el puesto de pescado se gasta la mitad del dinero que lleva, en el puesto de la carne se gasta un tercio del dinero que le queda, y finalmente, en el puesto de la fruta se gasta los tres cuartos del dinero que le queda, saliendo del mercado con 5'3 euros. ¿Cuánto dinero tenía cuando entró en el mercado? **Sol:** 63'6 euros.

22.- En un hotel consumen el vino de un tonel del siguiente modo: El domingo consumen la cuarta parte del tonel; el lunes los dos séptimos del resto; el martes los tres décimos de lo que queda; el miércoles un tercio de lo que queda; y, finalmente, el jueves terminan los 140 litros que sobran. ¿Qué capacidad tenía el tonel? **Sol:** 560 litros.

23.- Una fuente llena un depósito en 6 horas, y junto con otra lo llena en 4 horas. Hallar el tiempo que tarda la segunda fuente sola en llenar el depósito. **Sol:** 12 horas.

24.- Halla dos números cuya suma sea 32 y su producto 255. **Sol:** 15 y 17

25.- Resuelve:

a) $\begin{cases} 10x - 30y = 7 \\ 8x - 33y + 2 = -22x + 57y - 1 \end{cases}$ **Sol:** S. I.

c) $\begin{cases} x + \frac{3}{4}y = 15 \\ 9x - 2y = 30 \end{cases}$ **Sol:** $x = 6, y = 12$

b) $\begin{cases} \frac{x}{2} - y = 3 \\ 2x - 4y = 12 \end{cases}$ **Sol:** S. C. D.

d) $\begin{cases} 3x + y = 17 \\ 3x - 2y = 7 \end{cases}$ **Sol:** $x = 41/9; y = 10/3$

26.- Resuelve las siguientes inecuaciones, expresando las soluciones en forma de intervalo y representándolas sobre la recta:

a) $4 - 5 \cdot (3 - 2x) + 7 \cdot (x + 4) \leq 0$

d) $3 - 7 \cdot (2x - 9) \geq 2x + 9$

b) $5 - \frac{3 - 6x}{4} + x > 1$

e) $1 + \frac{3x - 9}{5} - x - \frac{8 - 5x}{10} < 3 + x$

c) $\frac{2}{3} - \frac{x}{6} + 2x - 3 < 3 + \frac{x}{4} - \frac{5}{3}$

f) $\frac{1}{2} - \frac{x}{3} + \frac{1}{4} + \frac{5x}{6} - \frac{7}{8} < 0$

Sol: a) $(-\infty, -1]$; b) $\left(-\frac{13}{10}, +\infty\right)$; c) $\left(-\infty, \frac{44}{19}\right)$; d) $\left(-\infty, \frac{57}{16}\right]$; e) $\left(-\frac{46}{11}, +\infty\right)$; f) $\left(-\infty, \frac{1}{4}\right)$

27.- Representa en el plano la región factible de los siguientes sistemas de inecuaciones lineales:

a) $\begin{cases} 3x - 2y + 1 > 0 \\ 4x + 2y - 3 < 0 \end{cases}$ b) $\begin{cases} \frac{2x - 3y}{4} - \frac{y - x}{3} \leq \frac{1}{6} \\ 3 \cdot (x - 2) + 5 \cdot (y + 1) \geq -1 \end{cases}$ c) $\begin{cases} \frac{4x}{3} + \frac{5y + 8}{2} < 0 \\ \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}y + 1 \geq 0 \end{cases}$

28.- Resuelve las siguientes ecuaciones lineales:

a) $5 - \frac{5 - 3x}{4} - \frac{5}{3} = \frac{2x - 7}{6} - \frac{3x + 8}{10} + x$ b) $\frac{x - 9}{x + 5} = \frac{x - 5}{x + 4}$ c) $\frac{3x + 5}{6x + 7} = \frac{2x - 9}{4x - 1}$
d) $5 + \frac{7}{2}x + \frac{5}{6} + x = -\frac{3}{5} - x$ e) $\frac{4 + 7x}{21} + \frac{6x - 9}{14} - \frac{7 - 2x}{6} = 0$ f) $\frac{5 - 7x}{11 - 21x} = \frac{2x + 7}{9 + 6x}$
g) $7 + \frac{5x}{3} - \frac{1}{2}x - \frac{7}{12} = 12 - \frac{4 - 3x}{8}$ h) $\frac{7x + 18}{20} - \frac{-3 - 4x}{15} - \frac{2 - 5x}{6} - \frac{3 + 2x}{10} = 0$

Sol: a) $x = \frac{243}{17}$; b) $x = -\frac{11}{5}$; c) $x = -\frac{58}{57}$; d) $x = \frac{-193}{165}$; e) $x = \frac{34}{23}$; f) $x = \frac{8}{23}$;

g) $x = \frac{122}{19}$; h) $x = -\frac{28}{75}$

29.- La suma de tres números enteros consecutivos es 54. Hállalos. **Sol:** 17, 18 y 19.

30.- Tres amigos juegan un décimo de lotería que resulta premiado con un 6.000 €. Calcula cuánto debe corresponderle a cada uno sabiendo que el primero juega el doble que el segundo, y éste el triple que el tercero. **Sol:** 600 €, 1800 € y 3600 €.

31.- A un chico le preguntan la edad de su padre y contesta: "Si al doble de mi edad se le suman 6 años más que la edad de mi padre, y a la mitad de esa suma se le quitan 18, resulta la edad de mi padre". El chico tiene ahora 15 años. ¿Cuántos tiene el padre? **Sol:** Sin solución.

32.- El perímetro de un rectángulo es 48 cm. Halla la longitud de sus lados sabiendo que el largo es doble que el ancho. **Sol:** 8 cm y 16 cm

33.- Un hotel tiene habitaciones dobles y sencillas, siendo un total de 50 habitaciones y de 87 camas. ¿Cuántas habitaciones tiene de cada tipo. **Sol:** 13 sencillas y 37 dobles.

34.- En una reunión de chicos y chicas el número de éstas excede en 25 al de aquellos. Salen de la reunión 10 chicas y 10 chicos, quedando entonces doble número de chicas que de chicos. ¿Cuántos chicos y chicas había en la reunión? **Sol:** 35 chicos y 60 chicas.

35.- Resuelve las ecuaciones:

a) $\frac{4t+1}{\sqrt{2}} = \sqrt{5}t$

b) $\frac{45x+9}{\sqrt{3}} = \frac{27x-12}{3\sqrt{3}}$

c) $\sqrt{3}x + \sqrt{2}x = 1$

d) $x^3 - 9x = 0$

e) $5x^3 - 20x^2 = 0$

f) $x^3 - x^2 - 6x = 0$

g) $x^3 + 2x^2 - 5x - 6 = 0$

h) $\frac{x^2-3x}{x^2-9} - \frac{2x-3}{x-3} = \frac{3x+1}{x+3}$

i) $\frac{2x^2-x+1}{x^2-5x+6} + \frac{x+3}{x-6} + \frac{1}{x} = 0$

36.- Clasifica las siguientes identidades en identidades y ecuaciones:

a) $(x+1)^2 - x^2 = 2x+1$

b) $(x+1)^2 - x^2 = 3x+2$

c) $3^2 - (x+y)^2 = (3+x+y)(3-x-y)$

d) $\frac{x}{2} + 5 = 2x + 11$

e) $(x+3)(x-1) + 4 = (x+1)^2$

f) $\frac{2x-1}{3} + 2 - \frac{x}{3} = 1 + \frac{2}{3} + \frac{x}{3}$

37.- Entre las siguientes ecuaciones, di cuáles no tienen solución y cuáles tienen infinitas soluciones:

a) $5x - (x+3) = 5 - (1-4x)$

b) $5 + 2(x-1) = 4x - (2x-3)$

c) $8 + (2-3x) = 9 - (3x-1)$

d) $-5(2x+3) = -4x - (4+6x)$

e) $-x + 5(x-1) = 2(2x-3) + 1$

38.- Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones:

a) $\begin{cases} 3x - 5y = 40 \\ 2x + 6y = 0 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 4x - y = 9 \\ -3x + y = -7 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x + y = 23 \\ x - y = 11 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 3(x-2) - 5y = 4 \\ 2x - 3(y-1) = 2x \end{cases}$

$$e) \begin{cases} x - 3y = 11 \\ -2x + 6y = 5 \end{cases}$$

$$f) \begin{cases} x - 12y = 4 \\ -3x + 41y = -7 \end{cases}$$

$$g) \begin{cases} 2x + 5y = 0 \\ 2x + y = 0 \end{cases}$$

$$h) \begin{cases} x + y = 6 \\ x - y = 4 \end{cases}$$

$$i) \begin{cases} x - y = 11 \\ \frac{x}{2} = 3 \end{cases}$$

$$j) \begin{cases} y = x + 5 \\ y = 2x \end{cases}$$

$$k) \begin{cases} 4x + y = 2 \\ 3x - \frac{y}{2} = 3 \end{cases}$$

$$l) \begin{cases} 2x + y - 2 = 0 \\ 3x - 2(y + 5) = 0 \end{cases}$$

$$ll) \begin{cases} -x + 4y = 3 \\ 3x - 12y = 0 \end{cases}$$

$$m) \begin{cases} x + y = 5 \\ -2x - 2y = 4 \end{cases}$$

$$n) \begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 4 \\ \frac{x}{4} - \frac{y}{2} = -2 \end{cases}$$

$$ñ) \begin{cases} \frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{6} \\ 2x + y = \frac{13}{2} \end{cases}$$

$$o) \begin{cases} 2,5x + 0,7y = 15 \\ 7,5x + 2,1y = 12 \end{cases}$$

$$p) \begin{cases} \frac{2y+2}{8} - \frac{x+4}{2} = y - \frac{x}{4} \\ \frac{x-4}{6} - \frac{2y-2}{12} = -1 + \frac{x}{3} \end{cases}$$

39.- Clasifica los siguientes sistemas en incompatibles (sin solución) y en compatibles indeterminados (infinitas soluciones):

$$a) \begin{cases} x + 3y - 8 = 0 \\ 2x - y + 6 = 0 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} x + y = 5 \\ -2x - 2y = 4 \end{cases}$$

$$e) \begin{cases} 2x - 3y = -2 \\ 6y - 4x = 4 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} -x + 4y = 3 \\ 3x - 12y = 0 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} x - 20y + 1 = 0 \\ -3x + 60y - 3 = 0 \end{cases}$$

40.- Halla el valor de las letras (a, m, b) para que estos sistemas tengan infinitas soluciones:

$$a) \begin{cases} 5x - 2y = 3 \\ 10x + ay = 6 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 5x - \frac{1}{3}y = 2 \\ mx + y = -6 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 2x - \frac{5}{2}y = 4 \\ 8x - 10y = b \end{cases}$$

41.- Pedro tiene 86 céntimos en monedas de 2 y de 5 céntimos. Si en total tiene 28 monedas, ¿cuántas son de 5 y cuántas de 2 céntimos?

42.- Por el desierto va una caravana formada por camellos y dromedarios. En total se cuentan 440 patas y 160 jorobas (ningún mercader es jorobado). ¿Cuántos camellos y cuántos dromedarios había en la caravana?

43.- En un bar:

Cuenta de la mesa 3: 2 cafés y 4 refrescos importan 6,50 €.

Cuenta de la mesa 5: 3 cafés y 2 refrescos importan 5,15 €.

¿Cuánto vale 1 café y 1 refresco en ese bar?

44.- Un comerciante está preparando sus rebajas. Si descuenta un 30 % sobre el precio de venta de una marca de camisa, aún gana 3 € sobre el precio de coste. Si rebaja un poco más, y descuenta el 40 % entonces pierde 2 € en cada camisa de esa marca. ¿Cuál era el precio de coste y el de venta de ese tipo de camisa?

45.- Observa detenidamente la relación entre los coeficientes de cada uno de los siguientes sistemas e intenta determinar cómo es cada uno y resuelve los que sean compatibles determinados:

- a) $\begin{cases} -3x + y = 6 \\ x - 5y = -2 \end{cases}$ **Sol:** Compatible determinado $(-2, 0)$
- b) $\begin{cases} -x + 5y = -3 \\ 2x - 10y = 7 \end{cases}$ **Sol:** Incompatible, no tiene solución
- c) $\begin{cases} 3x - 4y = 12 \\ -6x + 8y = -24 \end{cases}$ **Sol:** Compatible indeterminado, infinitas soluciones.

46.- En una caseta de tiro de una feria el tirador recibe 2 puntos por cada blanco y abona 1' 5 puntos por cada error. Un tirador hace 25 disparos y debe al dueño de la caseta 9' 5 puntos. ¿Cuántas veces acertó y cuántas erró? **Sol:** Acertó 8 y erró 17.

47.- Resuelve:

- a) $\begin{cases} x + y = 10 \\ 6x - 7y = 34 \end{cases}$ **Sol:** $x = 8; y = 2$
- b) $\begin{cases} 3x + y = 17 \\ 3x - 2y = 7 \end{cases}$ **Sol:** $x = 41/9; y = 10/3$
- c) $\begin{cases} 2x + 3y = -15 \\ 3x + 5y = -26 \end{cases}$ **Sol:** $x = 3; y = -7$
- d) $\begin{cases} 10x - 30y = 7 \\ 8x - 33y + 2 = -22x + 57y - 1 \end{cases}$ **Sol:** Sistema incompatible.

48.- Calcular dos n^{os} sabiendo que su diferencia es 14 y su media aritmética 17. **Sol:** 24 y 10

49.- Halla dos números tales que uno de ellos es igual al triple del otro más uno y que su suma es igual al doble de su diferencia menos uno. **Sol:** Indeterminado.

50.- Resuelve cuando sea posible comprobando las soluciones obtenidas:

- a) $2x^2 - 6 = 0$ k) $3x^2 - x = 0$
- b) $x^2 + 16 = 0$ l) $5x^2 + 125x = 0$
- c) $1 - 8x^2 = 0$ ll) $\frac{x^2}{3} = -\frac{x}{5}$
- d) $(x - 5)(x + 5) = 0$ m) $\frac{x^3}{2} = x$
- e) $\frac{1}{5}x^2 - \frac{2}{3} = \frac{1}{6}$ n) $\frac{x(x+1)}{5} = 2x^2 - 4x$
- f) $\frac{x^2 - 1}{3} = 5$ ñ) $x^2 - 4x - 6 = 0$
- g) $(x - 2)^2 = 9$ o) $4x^2 - 20x + 25 = 0$
- h) $(x - 4)^2 = -9$ p) $x^2 + 2x + 5 = 0$
- i) $(x + 3)^2 = 0$ q) $x^2 - 2x - 2 = 0$
- j) $\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$ r) $3x^2 - 6x - 12 = 0$

s) $4x^2 + 8x - 12 = 0$

t) $x^2 - 2,4x + 0,8 = 0$

u) $\frac{1}{2}x^2 - 2x - 6 = 0$

51.- Determina para qué valores de m existen soluciones de la ecuación:

a) $x^2 + 2x + m = 0$

b) $x^2 + mx + 2 = 0$

52.- La diferencia entre las soluciones de $3x^2 - 8x + m = 0$ es 3. Determina dichas soluciones y m.

53.- Resuelve las siguientes ecuaciones irracionales, descartando las soluciones ficticias cuando existan:

a) $\sqrt{x^2 + x - 2} = 2x + 4$

b) $\sqrt{x^2 + x - 2} = -2x - 4$

c) $\sqrt{x-1} + \sqrt{x+2} = 3$

54.- Resuelve:

a) $x^4 - 10x^2 + 25 = 0$

b) $2x^4 - 8x^2 + 6 = 0$

c) $x^4 + x^2 + 3 = 0$

d) $8x^2 - 10x - 7 = 0$

e) $2835x^2 + 4725x + 1890 = 0$

f) $t^4 - 4t^2 + 1 = 0$

g) $\frac{2}{5}x^2 + 2x + \frac{5}{2} = 0$

h) $0,4x^2 + x + 0,6 = 0$

i) $2,64y^2 + 3,25y - 1,08 = 0$

j) $x^2 - 4,5x + 2,2 = 0$

k) $2x^2 + \sqrt{17}x - 1 = 0$

55.- Resuelve:

a) $x^2 = (2x+1)(x-1) - 5$

b) $(2x-3)^2 = x(1-3)$

c) $(x-2)(x+3) = (x+4) + (x+5)$

d) $(x+2)^3 = x^3 + 2$

e) $\frac{2x}{x+2} = x-1$

f) $\frac{2x}{x^2 - 6x + 5} = \frac{1}{x-1}$

g) $4x^{53} - 9x^{51} = 0$

h) $4x^9 + 4x^8 - 3x^7 = 0$

i) $(x^2 - 3x + 2)(x^2 - 3) = 0$

j) $\frac{x}{x+1} + \frac{x}{x+4} = 1$

k) $\frac{x+1}{x} + 1 = \frac{x}{x-1}$

l) $\frac{2(x+1)}{6} = \frac{x(2-x)}{3}$

ll) $\frac{x-a}{a} = \frac{2a}{x-a}$

56.- Escribe una ecuación de segundo grado cuyas soluciones sean $2 + \sqrt{5}$ y $2 - \sqrt{5}$.

57.- Resuelve las siguientes ecuaciones irracionales:

a) $\sqrt{2x+1} = x-1$

b) $3 + \sqrt{x+4} = 2 + \sqrt{3x+1}$

c) $\sqrt{x + \sqrt{x}} = 2$

d) $1 + \sqrt{x^2 - x - 1} = x$

58.- Resuelve las ecuaciones bicuadradas:

a) $x^4 - 8x^2 - 9 = 0$

b) $x^2(4x^2 - 3) = 6x^2 - 2$

c) $(x-3)(x+3) = (2-x^2)^2$

59.- Resuelve $x^5 - 3x^3 + 2x = 0$.

60.- Escribe la ecuación bicuadrada que tiene las soluciones -2, 2, -3 y 3.

61.- Resuelve los siguientes sistemas de segundo grado:

a) $\begin{cases} x^2 - y^2 = 7 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$ b) $\begin{cases} xy = 16 \\ (x+5)(y-1) = 22 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x^2 + xy + 2 = 5 \\ 4x + 3y = 10 \end{cases}$

62.- Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $2x^2 - 3x = 0$ b) $(3x+2)^2 - (x-2)^2 = 0$

c) $(2x-3)^2 - (3x-2)^2 = 0$ d) $\frac{5-x}{5} = \frac{-5}{x-5}$

e) $\frac{2x}{27} = \frac{3}{2x}$ f) $\frac{2x+5}{x-7} = \frac{x+2}{x-5}$

g) $(2x-1) \cdot (x+4) - (2x-3)^2 = x^2 + 19x - 13$

63.- Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $5x^2 + 6x - 8 = 0$

b) $x^2 - 3x + 2 = 0$

c) $3x^2 - 5x + 2 = 0$

d) $5x^2 + 2x - 1 = 0$

e) $x = \frac{2}{x-1}$

f) $x^2 + x + 1 = 0$

g) $2x^2 - 31x + 0'42 = 0$

h) $25x \cdot (x+1) = -4$

i) $(x-3) \cdot (x+1) = 21$

j) $(2x-3)^2 = 8x$

k) $x+1 = \frac{6}{x}$

l) $x^2 + 6x + 9 = 0$

m) $\frac{x}{9} = \frac{2}{x-3}$

n) $(x+2) \cdot (x+3) = 6$

ñ) $\frac{x-2}{5} = \frac{2}{x+1}$

o) $\frac{3x}{2} - \frac{x^2+4}{4} = 1$

p) $\frac{x^2}{6} + \frac{x}{3} + \frac{2}{3} - 1 = \frac{x^2}{4}$

q) $\frac{x^2+2}{5} - \frac{x^2+x}{2} = \frac{3x+1}{10}$

r) $(x+2) \cdot (x-2) = 2 \cdot (x+5) + 21$

s) $\frac{x+1}{2} - \frac{x^2}{4} = \frac{3}{8}$

t) $2x \cdot (3x-4) - (1-3x) \cdot (1+x) = -2$

64.- Sabiendo que la ecuación:

a) $4x^2 + 12x + c = 0$ tiene dos soluciones iguales, halla c. **Sol:** $c = 9$

b) $x^2 + hx + 25 = 0$ tiene una solución doble, halla h.

65.- En la ecuación:

a) $x^2 + bx + 15 = 0$, una solución es 5. ¿Cuál es la otra solución? ¿Cuánto vale b?

b) $x^2 + 2kx + 12 = 0$, una solución es 6. ¿Cuál es la otra solución? ¿Cuánto vale k?

66.- Escribir una ecuación de segundo grado cuyas soluciones sean:

a) 3 y 5.

b) $3/5$ y $1/6$.

67.- Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $(x+2)(x-2) = 2(x+5) + 21$ **Sol:** 7; -5

b) $x+1 = \frac{6}{x}$ **Sol:** 2; 3

c) $\frac{9}{x} - \frac{x}{3} = 2$ **Sol:** 3; -9

d) $(x^2-5)(x^2-3) = -1$ **Sol:** -2; 2

e) $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$ **Sol:** -3; -2; 2; 3

f) $9x^4 + 5x^2 - 4 = 0$ **Sol:** -2/3; 2/3

g) $\sqrt{x^2-5} = 2$ **Sol:** 3; -3

h) $3x - 3\sqrt{x+3} = x+3$ **Sol:** 6

i) $\sqrt{x^2+9} + x^2 = 21$ **Sol:** 4; -4

j) $\sqrt{x-2} - \sqrt{x-14} = 1$ **Sol:** 177/4

k) $\sqrt{x^2-5x+1} = 2x-1$ **Sol:** 0; -1/3

68.- Resuelve los siguientes sistemas e interpreta gráficamente la solución o soluciones:

a) $\begin{cases} x^2 - y^2 = 21 \\ x + y = 3 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x^2 + y^2 = 9 \\ 3x - y = 3 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x + y = 7 \\ x \cdot y = -30 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x + y = 2 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = -\frac{2}{3} \end{cases}$

e) $\begin{cases} x^2 - y^2 = 17 \\ xy = 4 \end{cases}$

f) $\begin{cases} 3x + 2y = 0 \\ x(x-y) = 2(y^2-4) \end{cases}$

g) $\begin{cases} x^2 - y + 3 = 0 \\ 4x - y = 1 \end{cases}$

h) $\begin{cases} 2x^2 + y^2 = 17 \\ 5x^2 - 2y^2 = 2 \end{cases}$

i) $\begin{cases} x^2 - y^2 = 24 \\ xy = 5 \end{cases}$

j) $\begin{cases} x + y = 51 \\ x^2 - xy = -3 \end{cases}$

69.- Carmen pregunta a Maribel sobre las calificaciones que ha obtenido en matemáticas y en física. Maribel contesta: "la suma de las dos calificaciones es 16 y el producto es 63". Carmen hace los cálculos y le da la enhorabuena. ¿Qué calificaciones ha obtenido Maribel?

70.- En un triángulo rectángulo, la hipotenusa mide 17 cm y sus dos catetos suman 23 cm. Halla la longitud de estos.

71.- Resuelve las siguientes inecuaciones dando la solución de manera gráfica y en forma de intervalo:

a) $x \leq 2$

b) $x > 3$

c) $x \leq -5$

d) $x > -3$

e) $x - 4 > 0$

f) $x + 8 < 0$

g) $x - 3 > 5$

h) $x + 2 \geq 8$

i) $3 - x > 2$

j) $5 \leq x - 3$

k) $2x \leq -6$

l) $2x + 3 \leq 5$

ll) $-2x + 3 \geq -5$

m) $\frac{3}{2}x < \frac{5}{4}$

n) $-\frac{1}{2}x \geq -5$

ñ) $\frac{3}{5}x < -\frac{2}{4}$

o) $4x - 9 > 2x + 1$

p) $12x + 28 - 3x \leq 5(x - 3) + 45$

q) $\frac{x}{3} + 5 < \frac{x}{2} + 3$

r) $\frac{4x-9}{3} - x + 1 \geq \frac{3x-9}{5}$

s) $x \geq 5/2$

t) $x \leq -3/2$

u) $x \leq 3,4$

v) $\frac{x}{3} \leq -1$

w) $-2x + 1 \leq 3$

x) $5x \leq -20$

y) $-6 \leq 3x$

z) $-x \leq -5$

a') $2x + 3 < 9$

b') $-2x + 3 \geq -9$

c') $-\frac{x}{3} \leq 4$

d') $5x - \frac{3}{4} \geq \frac{2}{5}$

e') $\frac{3}{2}x - \frac{2}{3} \geq \frac{x}{5} - \frac{6}{15}$

f') $\frac{x}{2} + 3 < \frac{x}{3} - 1$

g') $\frac{2-x}{3} \geq x - 1$

h') $\frac{3x-1}{2} \leq x + \frac{1}{3}$

i') $\frac{4x+1}{8} \geq \frac{2x-1}{3}$

j') $\frac{x+7}{10} - \frac{x-5}{5} > \frac{x-9}{3}$

72.-Resuelve los sistemas:

a) $\begin{cases} x < 3 \\ 3x < -3 \end{cases}$

f) $-5 < 2x - 1 < 9$

g) $3 \leq |x| \leq 5$

ll) $\begin{cases} x \geq 2 \\ x < -8 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x \geq 1 \\ -5 \leq -x \end{cases}$

h) $-1,5 \leq x \leq 2$

i) $\begin{cases} 7x - 15 \geq 4x + 13 \\ 20 - 5x \leq 12 + 3x \end{cases}$

m) $-5 < x - 3 < 1$

n) $-1 \leq 2x - 3 \leq 3$

c) $\begin{cases} x + 5 > 4x - 4 \\ 2x - 7 < 3x - 3 \end{cases}$

j) $-3 < 8x + 5 < 4$

ñ) $|x| \leq 2$

o) $\frac{3}{2} \leq x \leq \frac{7}{2}$

d) $\begin{cases} 3x - 7 < x + 1 \\ 2x - 2 > x + 8 \end{cases}$

k) $-4 < 8 - 3x \leq \frac{2}{5}$

e) $\begin{cases} 2x + 4 > 4x - 1 \\ x + 4 \geq 3x - 4 \end{cases}$

l) $\begin{cases} x \geq 1 \\ x < 3 \end{cases}$

73.- Un satélite se encuentra entre 50 y 200 km sobre la superficie de la Tierra. Si llamamos h a la altura del satélite, escribe dos inecuaciones que debe verificar h. ¿A qué intervalo pertenece h?

74.- ¿Verdadero o falso? Razona tu respuesta:

a) Si $x - 2$ es positivo, entonces $x < 2$.b) Si $5x \leq 5y$, se puede deducir que $x \leq y$.c) De $-2x > -2y$ se puede deducir que $x > y$.

d) Un número negativo es siempre más pequeño que su opuesto.

e) Si $0 < a < 3$ entonces $\frac{1}{a} < \frac{1}{3}$.f) Si $x > 1$ entonces $x^2 > x$.g) Si $x \in \mathbb{N}$ se cumple siempre que $x < x^2$.h) Si $x < 100$ e $y < 1$ se tiene que $\frac{x}{10} + 10y < 20$.

75.- Comprueba si los números -3; 0; 3 son soluciones de las inecuaciones:

a) $x < 2$

b) $\frac{3x-1}{2} \leq x + \frac{1}{3}$

c) $\frac{2-x}{x} \geq x-1$

76.- Cuáles son los números x tales que al restar su quíntuplo y su triplo, nos da un resultado superior a 20.

77.- Para preparar un viaje de un día se contacta con dos agencias:

Agencia Norte: cobra 120 € más 0,40 € por km.

Agencia Sur: cobra 160 € más 0,30 € por km.

a) ¿Para qué número de kilómetros ambas agencias cobrarían lo mismo?

b) ¿Para cuántos km sería más económica la Agencia Norte?

c) En un viaje de 520 km, ¿cuál elegirías? ¿Y para 380 km?

78.- Para comprar un regalo, Emilia ha ido reuniendo monedas de 1 y 2 euros, juntando en total 20 monedas. Si el precio del regalo es mayor que 32 €, y menor que 36 €, ¿qué número de monedas podía tener de 2 €?

79.- Resuelve las inecuaciones siguientes:

$$a) \frac{3}{2}x + 1 > 2x - \frac{4}{3} \quad \text{Sol: } x < \frac{14}{3}$$

$$b) 2(3+x) < \frac{8+x}{3} \quad \text{Sol: } x < -2$$

$$c) (2x+2) - (4-x) \leq 3x-5 \quad \text{Sol: No tiene sol}$$

$$d) 2x - (x-1) + 3 < 3x - 6 \quad \text{Sol: } x > 5$$

$$e) \frac{x}{2} + \frac{x-2}{6} \geq \frac{x-5}{3} \quad \text{Sol: } x \geq -4$$

$$f) y \geq 2x + 3$$

$$g) y \leq x + 1$$

$$h) y > -x + 2$$

80.-Cuál es el conjunto de puntos que verifican las siguientes condiciones:

a) Los números, y, menores o iguales que la mitad de otro, x.

b) Los números, y, mayores que la cuarta parte de otro número, x, menos 3.

81.- Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones, y expresa numéricamente alguna de sus soluciones:

$$a) \begin{cases} y > x + 2 \\ y \leq 4 - x \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 5 + 4x - 3y \leq 2 - 5x \\ 2y < 10 - 2x \end{cases}$$

82.- Al llevar a tu sobrino a una pequeña feria de pueblo, te encuentras con que montar 5 minutos en el tren fantasma cuesta 5 euros, y 10 minutos en el tiovivo 6 euros. Si dispones como máximo de una hora y de 40 euros, ¿cuántas veces subirás a tu sobrino al tren fantasma y cuántas al tiovivo?

83.- Para fotocopiar y encuadernar los apuntes del curso pasado de mi compañera Carmen, he consultado dos tiendas diferentes:

- La primera cobra 4 euros por la encuadernación y 8 céntimos por cada fotocopia.
- La segunda pide 3 euros por la encuadernación y 9 céntimos por cada fotocopia.

a) ¿Cuál de las dos tiendas es más barata?

b) Si te interesa fotocopiar y encuadernar, por separado, los apuntes de Carmen de tres asignaturas diferentes de 105, 140 y 175 páginas, ¿a qué tienda los llevarías?

84.- Paseando por su barrio, Pedro descubre una oferta en la papelería de la esquina: cuadernos a 1 euro y bolígrafos a 0'50. Si sólo lleva 4'50 euros en el bolsillo, ¿cuántos cuadernos y bolígrafos puede comprar?

85.- Resuelve:

$$a) 3 - 4x \geq -5$$

$$b) \begin{cases} 3x - 2 > 1 \\ x - 1 \leq 5 \end{cases}$$

$$c) \frac{3x-2}{4} - \frac{2x+1}{3} > \frac{5(x+1)}{2}$$

$$d) \frac{3-2x}{4} \leq 5-x$$

$$e) \frac{4x-5}{2} - x + 1 < 5(x+1)$$

$$f) -x + 2 \geq 3 + 2x$$

$$g) \begin{cases} 5x+1 \leq 11 \\ x-2 > 3 \end{cases}$$

$$h) \begin{cases} \frac{x+1}{2} < 4 \\ 2-x \leq 3 \end{cases}$$

$$i) \begin{cases} 3(2x+1) \leq 5(x+1) \\ 5x-3 > 12 \end{cases}$$

$$j) \begin{cases} \frac{x}{3} + 1 \geq 2 \\ x \leq 0 \end{cases}$$

$$k) x^2 - x - 2 \geq 0$$

$$l) \frac{x+2}{x-3} < 0$$

$$m) x^2 - 2x - 8 < 0$$

$$n) x^2 - 1 \geq 0$$

$$ñ) x^2 < 4$$

$$o) 6x^2 + 7x - 3 < 0$$

p) $x^2 + 1 \leq 0$

q) $(x+2)(x-1) \geq 0$

r) $(2x+1)(3x-2) < 0$

s) $\frac{x+4}{2x-4} > 0$

t) $\frac{2x-6}{x+3} \leq 0$

u) $x+y \geq 4$

v) $x \leq 1$

w) $y > 1$

x) $2x+y \geq 1$

y) $x \geq y$

z) $x \leq 3$

α) $y \geq 0$

β)
$$\begin{cases} x+y \geq 4 \\ x \leq y \\ x \geq 0 \end{cases}$$

γ)
$$\begin{cases} x+y \geq 4 \\ x \leq y \\ x \geq 0 \\ y \leq 6 \end{cases}$$

δ)
$$\begin{cases} x+y \geq 4 \\ x \leq y \\ x \geq 0 \\ y \leq -2 \end{cases}$$

ε)
$$\begin{cases} 2x+y \geq 2 \\ x-y \leq 1 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

ζ)
$$\begin{cases} y \geq 2x-1 \\ x \geq 0 \\ 0 \leq y \leq 3 \end{cases}$$

η)
$$\begin{cases} 2x+3y \leq 0 \\ x \geq 0 \\ y \leq 0 \end{cases}$$

θ)
$$\begin{cases} -x+y \leq 3 \\ x+y \geq 0 \\ x \leq 4 \end{cases}$$

ι)
$$\begin{cases} x-2y \geq 1 \\ 0 \leq x \leq 3 \end{cases}$$

κ)
$$\begin{cases} x-2y \geq 1 \\ 0 \leq x \leq 3 \\ y < -2 \end{cases}$$

TEMA 4: FUNCIONES.

1.- Asocia cada gráfica con su función:

$$f(x) = 3x^2 + 4x - 3$$

$$f(x) = -2x^2 - 5x - 4$$

$$f(x) = x^2 - 4x + 3$$

$$f(x) = 3x^2 + 4x - 3$$

$$f(x) = 2x^2 + 2x + 2$$

$$f(x) = -2x^2 + 3x - 1$$

$$f(x) = -2x + 3$$

$$f(x) = 4x + 8$$

$$f(x) = -\frac{3}{2}x - 2$$

$$f(x) = \frac{1}{5}x - \frac{4}{7}$$

$$f(x) = -\frac{1}{2}x$$

$$f(x) = \frac{1}{3}x$$

$$f(x) = 3x$$

$$f(x) = -\frac{1}{2}$$

$$f(x) = \frac{2}{x+1} - 3$$

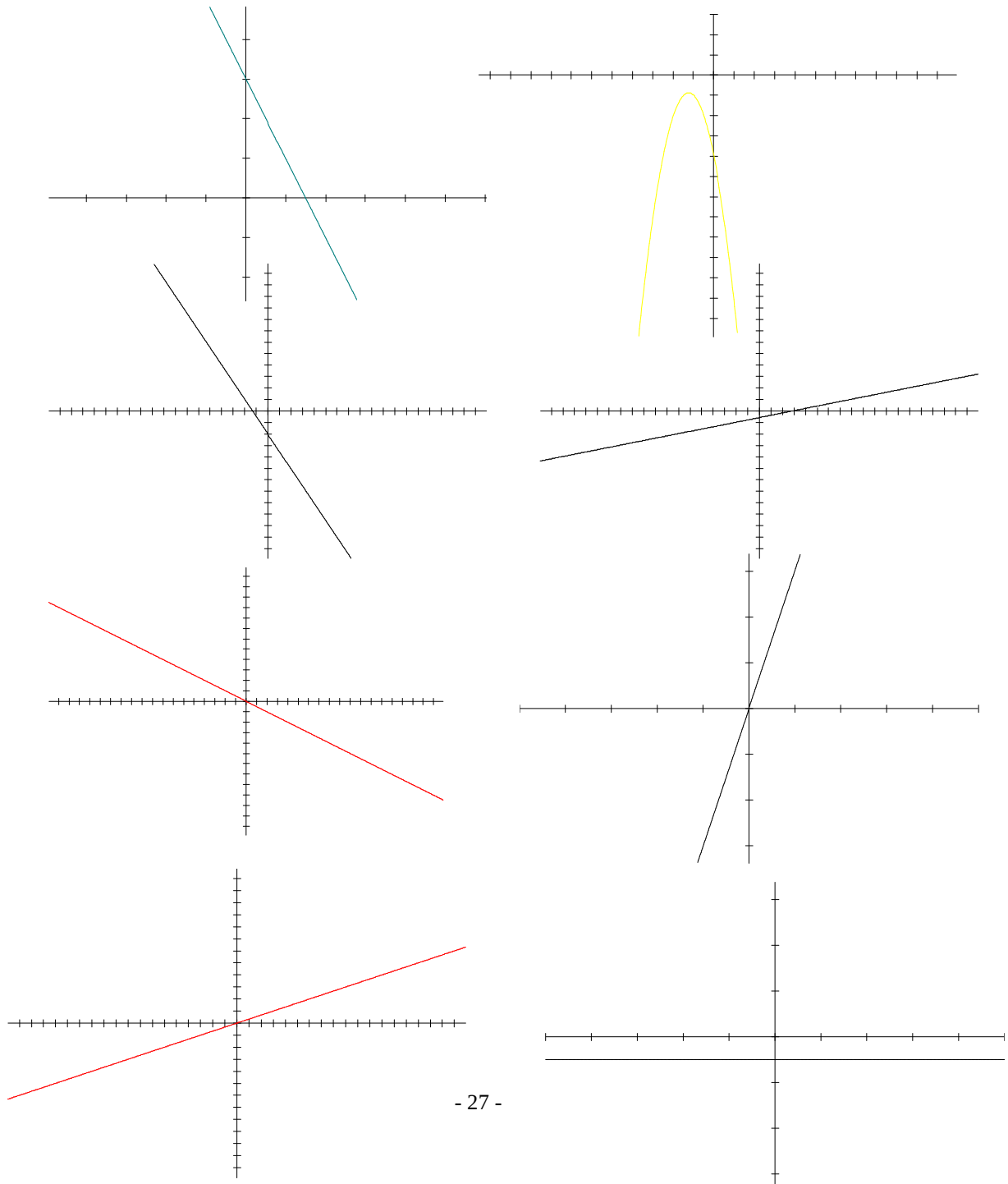
$$f(x) = \frac{-1}{2x+8} - 2$$

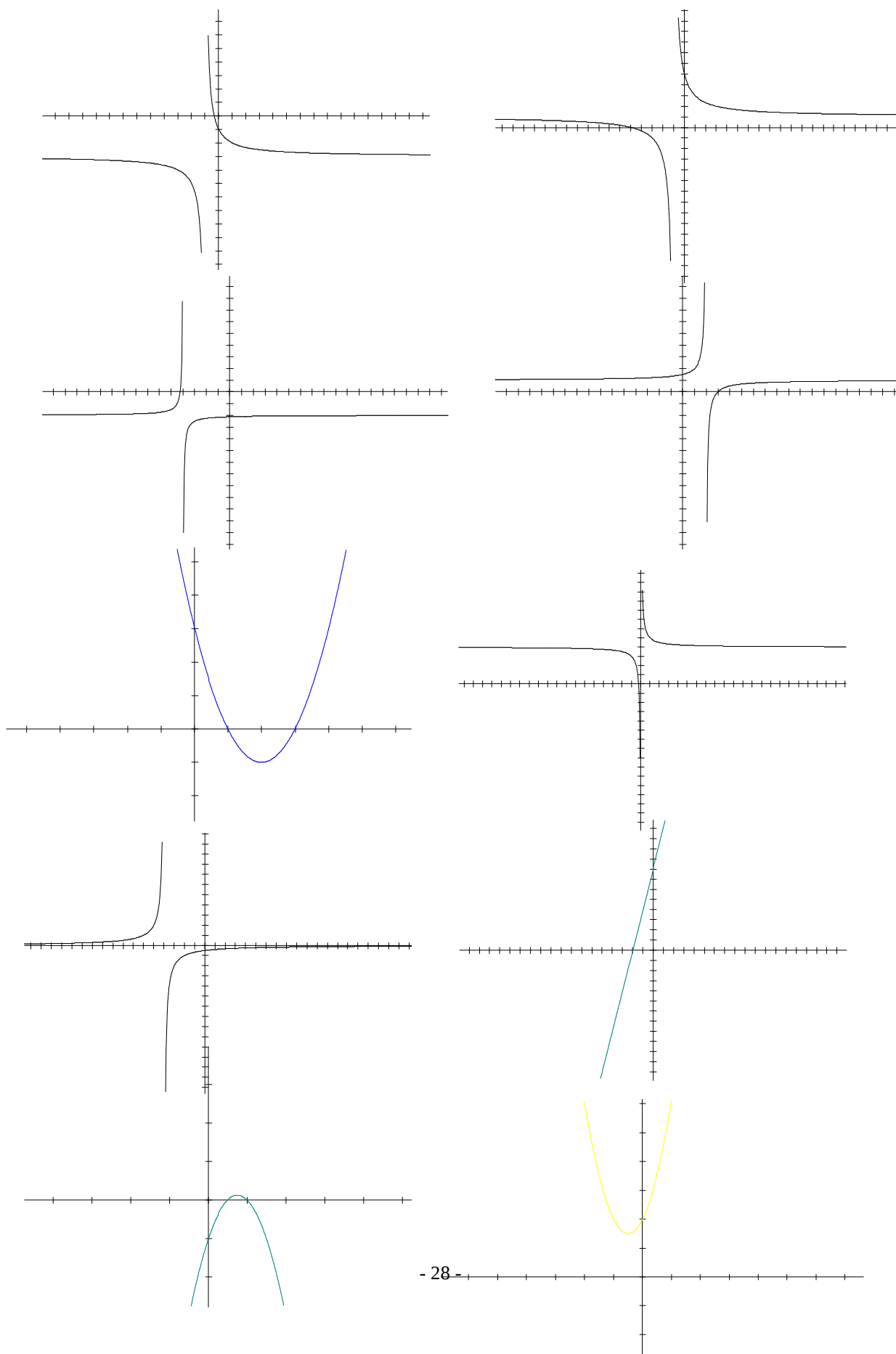
$$f(x) = \frac{-1}{x-2} + 1$$

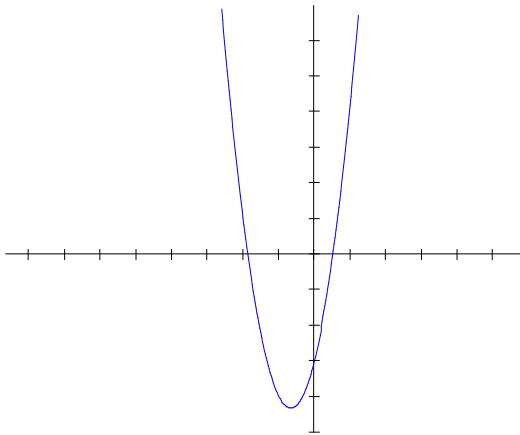
$$f(x) = \frac{4}{x+1} + 1$$

$$f(x) = \frac{-2}{x+4}$$

$$f(x) = \frac{1}{x} + 4$$







2.- Representa las siguientes funciones:

$$f(x) = |3x^2 + 4x - 3|$$

$$f(x) = |-2x^2 - 5x - 4|$$

$$f(x) = |x^2 - 4x + 3|$$

$$f(x) = |3x^2 + 4x - 3|$$

$$f(x) = |2x^2 + 2x + 2|$$

$$f(x) = |-2x^2 + 3x - 1|$$

$$f(x) = |-2x + 3|$$

$$f(x) = |4x + 8|$$

$$f(x) = \left| -\frac{3}{2}x - 2 \right|$$

$$f(x) = \left| \frac{1}{5}x - \frac{4}{7} \right|$$

$$f(x) = \left| -\frac{1}{2}x \right|$$

$$f(x) = \left| \frac{1}{3}x \right|$$

$$f(x) = |3x|$$

$$f(x) = \left| -\frac{1}{2} \right|$$

3.- Dada la función $f(x) = x^2 - x - 2$, hallar: $f(-3)$, $f(a-5)$ y $f(f(-1))$. **Sol:** 10, $2a^2 - 11a + 28$, -2

4.- Dada la función $f(x) = x^2 - 7x + 7$, se pide:

a) Imagen de $(\sqrt{2} + 1)$

b) Antiimagen de 1

Sol: a) $-5\sqrt{2} + 3$, b) $\{1, 6\}$

5.- En la función afín $f(x) = 3x - 1$ se pide calcular las imágenes por f de:

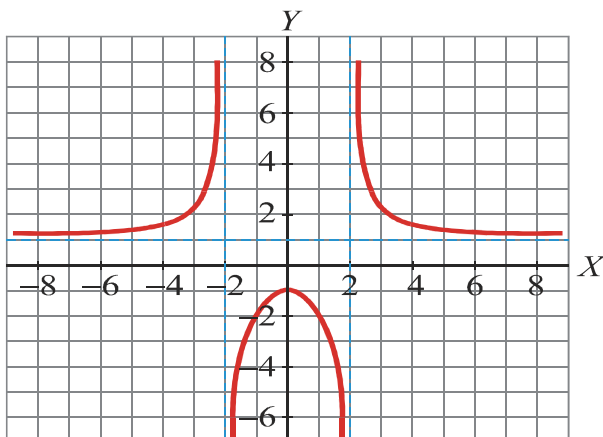
a) 3,2

b) -1,5

c) 5/3

d) $\frac{\sqrt{5}}{3}$

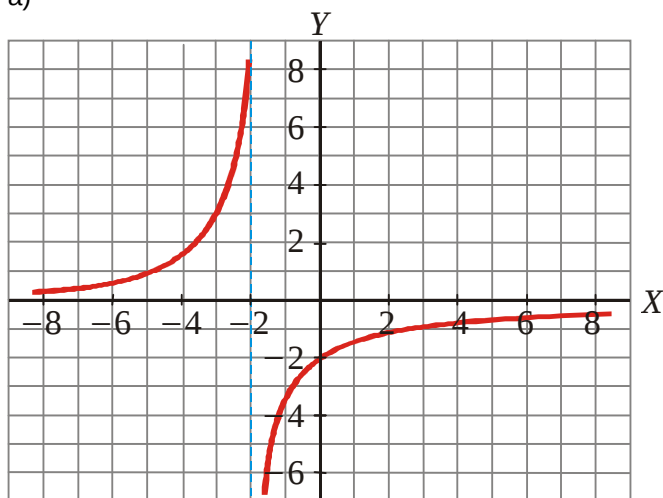
6.- Hacer un estudio completo de esta función:



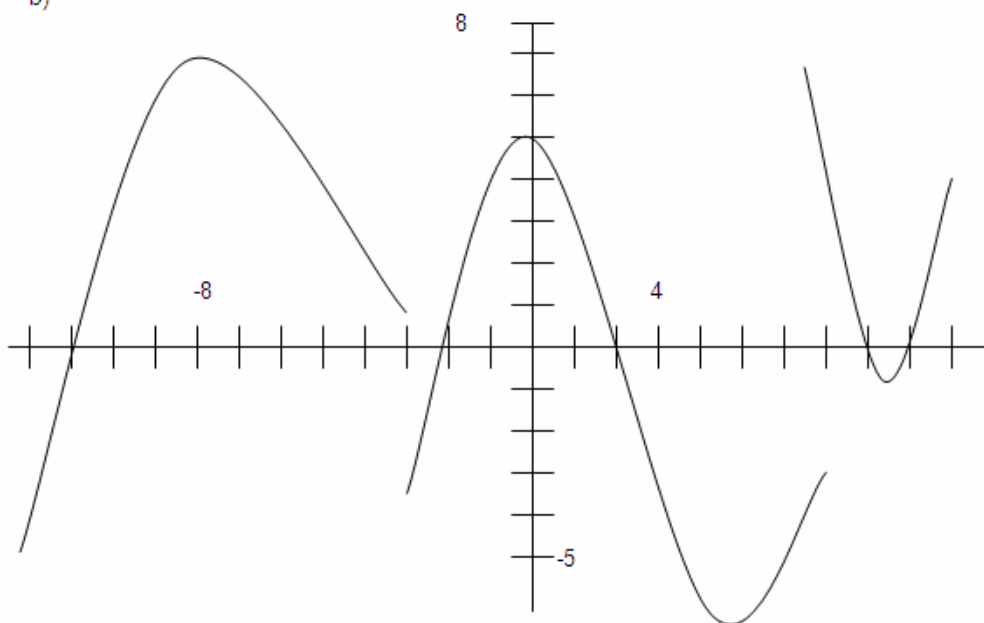
- Determinar el dominio y el recorrido.
- Determinar los puntos de corte con los ejes.
- Determinar los intervalos de crecimiento y decrecimiento.
- Determinar los máximos y mínimos.
- Determinar los puntos de discontinuidad.
- Simetrías y Periodicidad.

7.- Idem para las funciones:

a)



b)



8.- Dada la función $f(x) = \begin{cases} 2x - 3, & x < 2 \\ -x + 2, & x > 2 \end{cases}$, representarla y hacer un estudio completo de ella.

9.- Representar la función $f(x) = |x^2 - 4|$ y hacer un estudio completo en el intervalo $[-5, 5]$.

10.- Calcular el dominio, puntos de corte y el crecimiento y decrecimiento en los puntos $x = -3$, $x = 0$ y $x = 5$ de las siguientes funciones. Calcular también las simetrías.

a) $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$

b) $f(x) = \frac{-x}{x-2}$

c) $f(x) = \frac{x-1}{x^2-1}$

d) $h(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$

e) $f(x) = \frac{6}{x+3}$

f) $f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 - 1}$

g) $f(x) = \sqrt{-x^2 + 25}$

h) $f(x) = \sqrt{x^2 + 4}$

11.- Dada la función $f(x) = \begin{cases} x^2 + 8, & \text{si } -5 < x \leq -1 \\ -3x + 5, & \text{si } -1 < x \leq 3 \\ -x + 2, & x > 3 \end{cases}$, representarla y estudiar sus características.

12.- Sea la función $f(x) = \begin{cases} 4x - 2, & \text{si } -8 < x \leq -3 \\ -5 + x, & \text{si } -3 < x \leq 4 \\ 4x + 2, & \text{si } \dots x > 4 \end{cases}$, representarla y estudiar sus características.

13.- Sea f una función afín en la que la imagen de x es $0,75x + 2$. Calcula:

a) $f(0,4)$

b) $f(4/3)$

c) $f(-3)$

d) $f(4\sqrt{3})$

Sol: 2,3; 3; -0,25; $3\sqrt{3} + 2$

14.- En la función $f(x) = \frac{3}{5}x - \frac{2}{3}$, calcula el número n para el cual $f(n) = 1/5$.

15.- f es una función afín de pendiente $-1/3$ y tal que $f(-1) = 3$. Halla su ordenada en el origen y haz la representación gráfica de la función f. **Sol:** $b = 8/3$

16.- Dada la recta r de ecuación $y = 3x - 5$:

a) Representarla gráficamente.

b) El punto P de la recta r tiene abscisa 2, ¿cuál es su ordenada?

c) El punto Q de la recta r tiene ordenada -4, ¿cuál es su abscisa?

17.- De las siguientes funciones di cuáles son afines. En caso afirmativo indica la pendiente y la ordenada en el origen.

a) $f(x) = 3 - \frac{x}{3}$

c) $f(x) = 7$

d) $f(x) = (x+1)^2 - (1-x)^2 + 2$

b) $f(x) = \frac{2(x-3)}{3} - 3\left(\frac{x-3}{2}\right)$

e) $f(x) = x(x+3)$

18.- De una función afín se sabe que su representación gráfica es paralela a la recta $y = 5x$, y que pasa por el punto P(2, 1). ¿Cuál es la función f?

19.- Halla la ecuación de la recta que:

a) pasa por el punto (-1, -4) y es paralela a $2x - 3y + 6 = 0$. **Sol:** $2x - 3y - 10 = 0$

b) pasa por el punto (-1, -4) y es paralela a $2x - 3y + 6 = 0$. **Sol:** $2x - 3y - 10 = 0$

c) pasa por los puntos A(2, -1) y B(5, 3). **Sol:** $4x - 3y - 11 = 0$.

d) corta a los ejes en (3'5, 0) y (0, -5). **Sol:** $-x + 0'7y = 3'5$.

20.- Representa la función $y = -3x^2 + 6x + 3$

21.- Hallar el dominio y el recorrido de la función $f(x) = x^2 - 3x + 2$. **Sol:** $D(f) = \mathbb{R}$, $\text{Im}(f) = [-1/4, +\infty)$

22.- Los costes de producción de una empresa vienen dados por $C = 40.000 + 20q + q^2$ (q : unidades producidas; C : coste en euros). El precio de venta de cada unidad es de 520 euros pues se sabe que, a ese precio, el mercado absorbe toda la producción.

a) Expresa en función de q el beneficio de la empresa y represéntalo gráficamente.

b) ¿Cuántas unidades hay que producir para que el beneficio sea máximo?

Sol: a) $B = -q^2 + 500q - 40.000$; b) 250 unidades.

23.- Los gastos fijos mensuales de una empresa por la fabricación de x televisores son, en miles de céntimos, $G = 2.000 + 25x$ y los ingresos mensuales que se obtienen por las ventas, también en miles de céntimos, son $I = 60x - 0'01x^2$. ¿Cuántos televisores deben fabricarse para que el beneficio (ingresos menos gastos) sea máximo? **Sol:** $B = -0'01x^2 + 35x - 2.000$. Deben fabricarse 1.750 televisores.

24.- Calcular los puntos donde las gráficas de las funciones que se dan, cortan a los ejes:

a) $y = 27x^2 - 6x$ **Sol:** $(0,0)$; $(2/9,0)$ e) $y = x^2 + 8x + 15$ **Sol:** $(-3,0)$; $(-5,0)$

b) $y = x^2 - 64$ **Sol:** $(8,0)$; $(-8,0)$ f) $y = x^2 + 6x + 5$ **Sol:** $(-1,0)$; $(-5,0)$

c) $y = x^3 + x^2 - x$ **Sol:** $(0,0)$; $(2,0)$; $(-3,0)$ g) $y = x^2 - 4x + 4$ **Sol:** $(2,0)$

d) $y = x^2 - 3x + 4$ **Sol:** No corta h) $y = -2x^2 + 8x + 10$ **Sol:** $(-1,0)$; $(5,0)$

i) $y = -2x^2 + 5x$ **Sol:** $(0,0)$; $(5/2,0)$

25.- Calcula el área del polígono que limitan las gráficas de las funciones $f(x) = x + 2$; $g(x) = x + 5$; el eje de abscisas, y la función constante $y = 9$. **Sol:** 27 u^2 .

26.- Estudia y construye las gráficas de las funciones:

a) $y = -4x^2 - 20x - 25$ d) $y = x^2 - 6/5x + 9/25$ g) $y = -2x^2 - x + 3$
 b) $y = -2x^2 - 2x - 5$ e) $y = -3x^2 + 1$ h) $y = 1/4x^2 + 4x - 2$
 c) $y = -1/2(x+1)^2 + 2$ f) $y = -x^2 + 3$ i) $y = 4 - (x-1)^2$

27.- Una función afín tiene los pares $(0,2)$ y $(-1,4)$. Establecerla y representarla. **Sol:** $y = -2x + 2$

28.- La parábola que representa a la función $y = -x^2 + bx + c$, tiene el vértice sobre el eje OX , en un punto de abscisa 3. Hallar la función. **Sol:** $y = -x^2 + 6x - 9$

29.- La parábola que representa a la función $y = ax^2 + bx + c$, pasa por los puntos $A(3,0)$ y $V(2,-1)$, siendo este último, su vértice. Determina la función. **Sol:** $y = x^2 - 4x + 3$.

30.- Representar en ejes tiempos/espacios, la caída de un cuerpo, quieto inicialmente, desde 10 m que se rige por la expresión $s = 10 - 5t^2$.

31.- Determina el dominio de las siguientes funciones y haz su representación gráfica:

a) $f(x) = \frac{4}{x}$ b) $f(x) = \frac{-3}{x}$ c) $f(x) = \frac{1}{x-2}$

d) $f(x) = \frac{500}{x}$

e) $f(x) = 2 + \frac{1}{x}$

f) $f(x) = \frac{-1}{x+1}$

32.- Representa gráficamente las siguientes funciones exponenciales:

a) $f(x) = 3^x$

c) $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

d) $f(x) = \left(\frac{4}{3}\right)^x$

e) $f(x) = 1,2^x$

b) $f(x) = 2,5^x$

f) $f(x) = 0,4^x$

33.- Representa en unos mismos ejes cartesianos las funciones: $f(x) = 4^x$ y $g(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^x$

¿Qué observas?

34.- Asocia cada función con su gráfica:

a) $y = -x + 5$;

b) $y = 3/2x + 3$;

c) $y = 1/2x$;

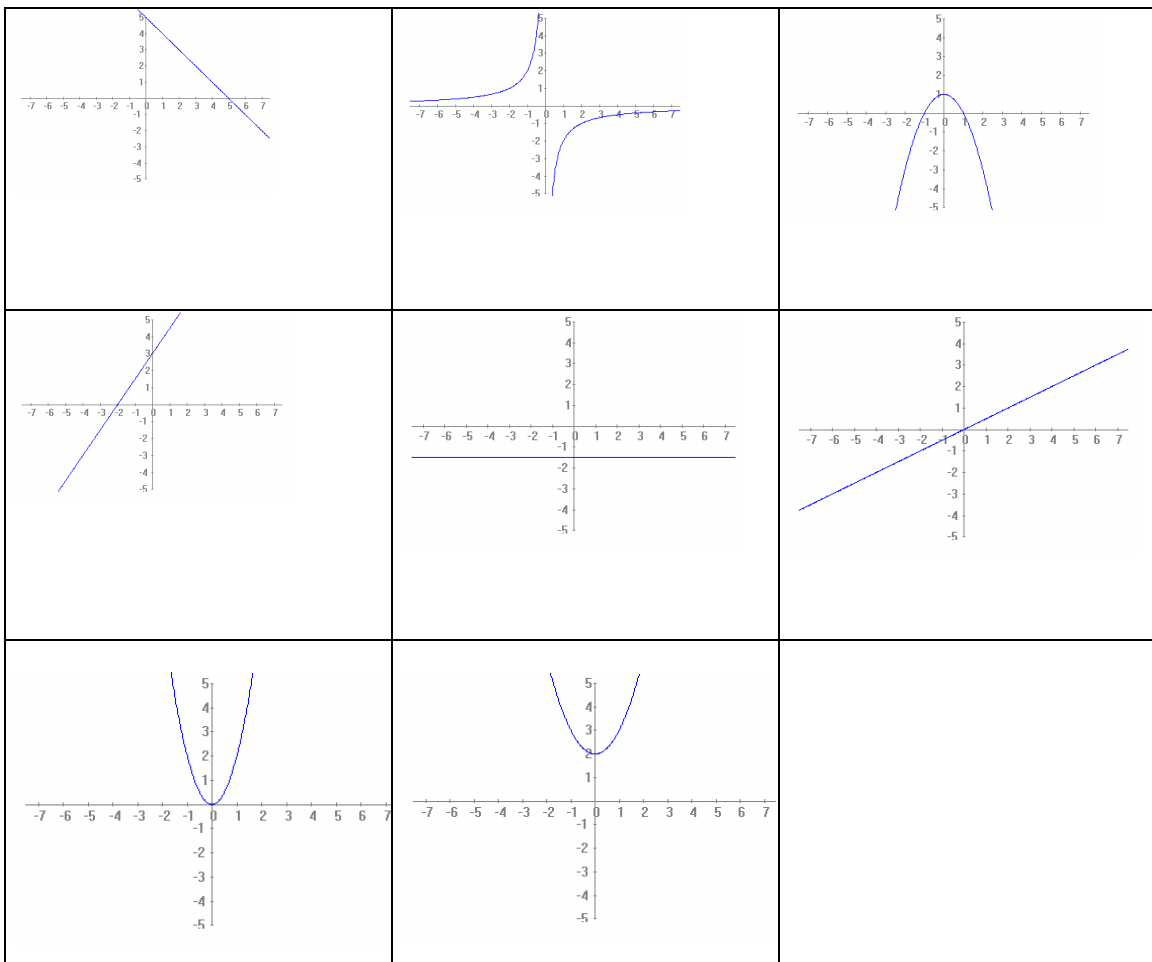
d) $y = 2x^2$;

e) $y = x^2 + 2$

f) $y = -x^2 + 1$;

g) $y = -2/x$;

d) $y = -3/2$



35.- Lanzamos una pelota de tenis verticalmente hacia arriba. La altura h (en metros) alcanzada por la bola en función del tiempo t (en segundos) es: $h = -5t^2 + 30t$. ¿Cuándo alcanza el punto más alto? ¿a qué altura está este punto? **Sol:** A los 3 s. Alcanza una altura máxima de 45 m.

36.- Halla el dominio de definición de las siguientes funciones:

a) $f(x) = x^2 - 3x$

$$b) f(x) = \frac{1}{x-3}$$

$$c) y = \frac{3x+5}{x-2}$$

$$d) f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$$

$$e) f(x) = \sqrt{4 - x^2}$$

$$f) f(x) = \sqrt{x^2 + 4}$$

$$g) g(x) = \log_a(x^2 + 4)$$

$$h) f(x) = x^2 - 5x + 4$$

$$i) f(x) = \frac{3}{x^2 - 5x + 4}$$

$$j) f(x) = \log \frac{x+3}{x-3}$$

$$k) f(x) = \sqrt{\frac{x-3}{x+2}}$$

$$l) f(x) = \sqrt{\frac{x^2 - 9}{x^2}}$$

$$m) f(x) = \sqrt{x-7}$$

$$n) f(x) = \sqrt{7-x}$$

$$\tilde{n}) f(x) = \frac{x-3}{x^2 - 9}$$

$$p) f(x) = \frac{5x+2}{(x-1)(x+2)(x-3)}$$

$$q) y = \frac{7}{(x^2 - 9)(x^2 - 4)}$$

$$r) f(x) = \sqrt{\frac{6}{(1-x)(2+x)}}$$

$$t) f(x) = \frac{\sqrt{x-5}}{\sqrt{2-x}}$$

$$v) f(x) = \frac{3x^2}{x^2 + 1}$$

$$x) f(x) = \sqrt{x^2 - 5x + 6}$$

$$y) f(x) = \sqrt{-x^2 + 7x + 8}$$

$$z) f(x) = \sqrt{9 - x^2}$$

$$a') y = \frac{7}{x+7}$$

$$b') y = \sqrt{\frac{x-3}{25x^2 - 36}}$$

$$c') y = \sqrt{-12 + 7x - x^2}$$

$$d') y = \sqrt{4 - \frac{25x^2}{36}}$$

$$e') y = \log \frac{1}{x^4 - 5x^3 - 4x^2}$$

$$g') f(x) = \frac{3}{x} + \frac{5x-2}{6x-7}$$

$$h') y = \sqrt{x^3 - x}$$

$$i') y = \frac{7x-1}{x^3 - 3x^2 + x}$$

37.- Estudia, ANALÍTICAMENTE, la simetría de las funciones $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$ y $g(x) = x^2 + 3$.

Represéntalas y estudia, en base a su representación, todas sus características.

38.- Estudia las características de la función $f(x) = \frac{2x-1}{x-1}$

39.- Calcula el dominio de:

$$a) f(x) = \begin{cases} 6 & \text{si } x < 1 \\ 2x-1 & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

$$b) f(x) = \frac{3}{(x-2)(x+1)}$$

$$c) f(x) = \frac{x-5}{\sqrt{3x-1}}$$

$$d) f(x) = \frac{3x+2}{(x+\frac{2}{3})(x^2-1)}$$

$$e) f(x) = \sqrt{12x-4} + \frac{x}{x+5}$$

$$f) f(x) = \frac{x-1}{x^2+4}$$

40.- Estudia si $f(x) = \frac{x-3}{2x^2-1}$ y $g(x) = \frac{x+7}{2x^3-5x^2-3}$ son pares, impares o no simétricas.

41.- Sea f una función real de variable real definida como $f(x) = \frac{2x-5}{\sqrt{x^2-1}}$. Halla $3f(x)$ y D_{3f} .

42.- Sean $f(x) = 3x - 5$ y $g(x) = \frac{x^2-1}{2x}$. Halla sus dominios y su simetría.

43.- Representa:

a) $f(x) = 3x + 4$

d) $f(x) = \frac{5x-2}{3}$

f) $f(x) = \frac{1-2x}{5}$

h) $f(x) = \frac{7x+2}{9}$

b) $f(x) = 2x - 5$

e) $f(x) = \frac{2x+7}{6}$

g) $f(x) = \frac{2x-9}{-7}$

c) $f(x) = \frac{x-1}{2}$

44.- Halla k para que la función $y = x^3 - x + k$ sea impar.

45.- Estudiar la simetría de:

a) $f(x) = \frac{x^3}{x^2+1}$

b) $g(x) = \frac{x^2}{1-x^2}$

48.- Averiguar si las funciones que siguen son pares o impares:

a) $f(x) = x^3 \cdot |x|$

b) $h(x) = \frac{1}{x^2-x}$

c) $g(x) = (x-1)^3 \cdot (x+1)^3$

49.- Representa $f(x) = \begin{cases} x^2+1 & \text{si } x \geq 0 \\ -x^2+2 & \text{si } x < 0 \end{cases}$

Señala los intervalos en que es creciente y los intervalos en que es decreciente. ¿Es f creciente en todo $\mathbb{R}$?

50.- Idem que el anterior para la función:

$$g(x) = \begin{cases} x^2-1 & \text{si } x \geq 0 \\ -x+2 & \text{si } -1 < x < 0 \\ x^2 & \text{si } x \leq -1 \end{cases}$$

53.- Calcula los puntos de corte con los ejes de coordenadas de la función :

a) $f(x) = \frac{x^2-5x}{x}$

b) $f(x) = -x^3 + 7x^2 - 10x$

54.- Halla el dominio de:

a) $f(x) = \sqrt{(x-1)(x-2)}$

Sol: $]-\infty, 1[\cup]2, +\infty[$

e) $f(x) = \sqrt{2x+3}$ **Sol:** $[-3/2, +\infty[$

f) $f(x) = \sqrt{(x-1)(x-2)}$ **Sol:** $]-\infty, 1[\cup]2, +\infty[$

b) $y = \sqrt{\frac{x+2}{x-4}}$ **Sol:** $]-\infty, -2[\cup]4, +\infty[$

c) $f(x) = \frac{x}{x^2-1}$ **Sol:** $\mathbb{R} - \{-1, 1\}$

g) $f(x) = \sqrt{\frac{x+2}{x-4}}$ **Sol:** $]-\infty, -2[\cup]4, +\infty[$

d) $f(x) = \frac{x-1}{x^2+1}$ **Sol:** $\mathbb{R}$

h) $f(x) = \frac{\sqrt{x-3}}{x^2-16}$ **Sol:** $[3, +\infty[- \{4\}$

$$i) f(x) = \frac{x^3 - 1}{x^3 + 2x^2 - 3x} + \sqrt{x^2 - 9}$$

Sol: $]-\infty, -3[\cup]3, +\infty[$

$$j) f(x) = \frac{x}{x^2 - 1} \quad \text{Sol: } \mathbb{R} - \{-1, 1\}$$

$$k) f(x) = \frac{x-1}{x^2 + 1} \quad \text{Sol: } \mathbb{R}$$

$$l) y = \sqrt{x^2 + 1}$$

$$ll) y = \sqrt{x-1}$$

$$m) y = \sqrt{1-x}$$

$$n) y = \sqrt{4-x^2}$$

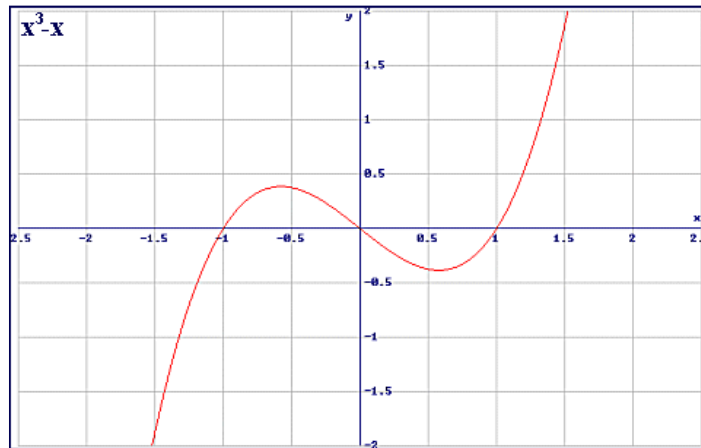
$$ñ) y = x^2 - 2x + 3$$

$$o) y = \frac{1}{x^2 - 9}$$

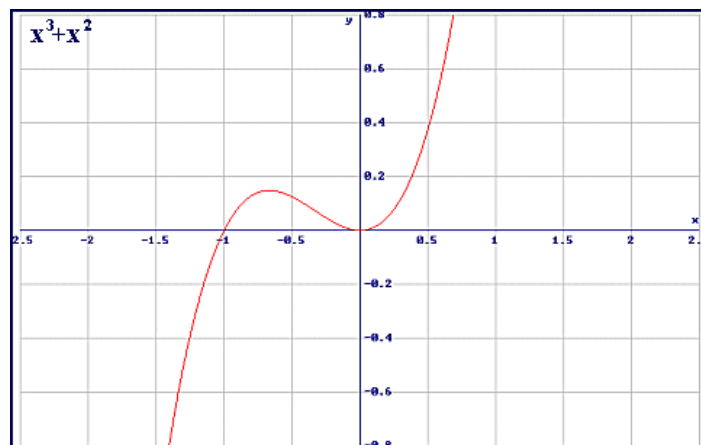
$$p) y = \frac{-x}{x-4} \quad \text{Sol: } \mathbb{R} - \{4\}$$

55.- Estudia las características (dominio, recorrido, monotonía, máximos y mínimos, acotación, simetría, continuidad, asíntotas, periodicidad y tendencias) de las siguientes funciones:

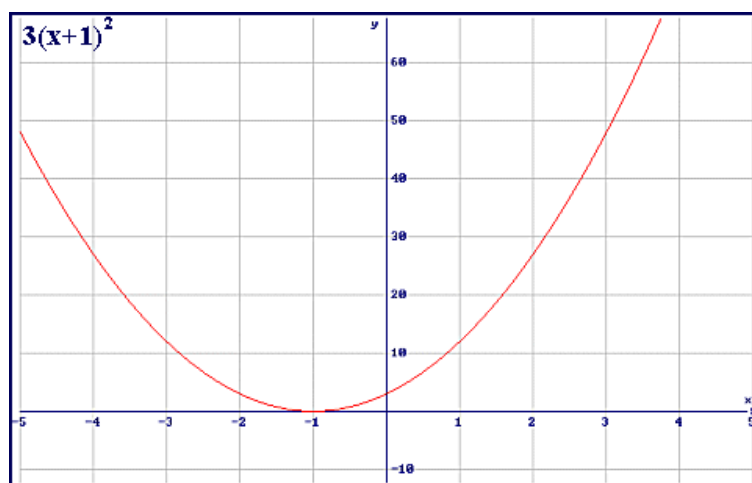
a) $f(x) = x^3 - x$



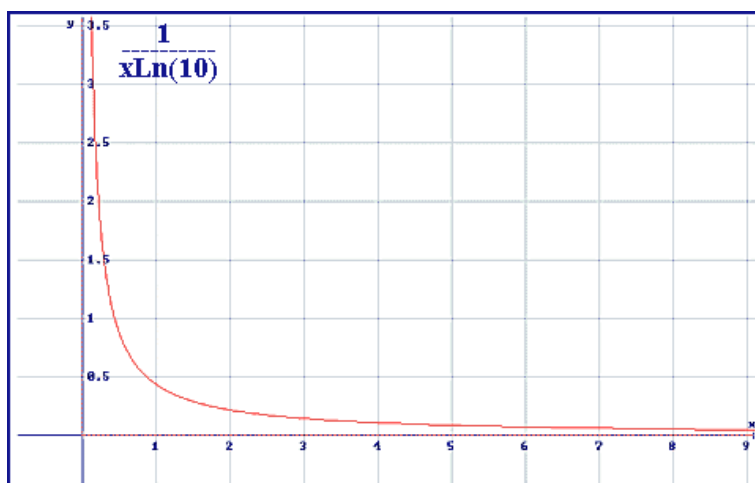
b) $f(x) = x^3 + x^2$



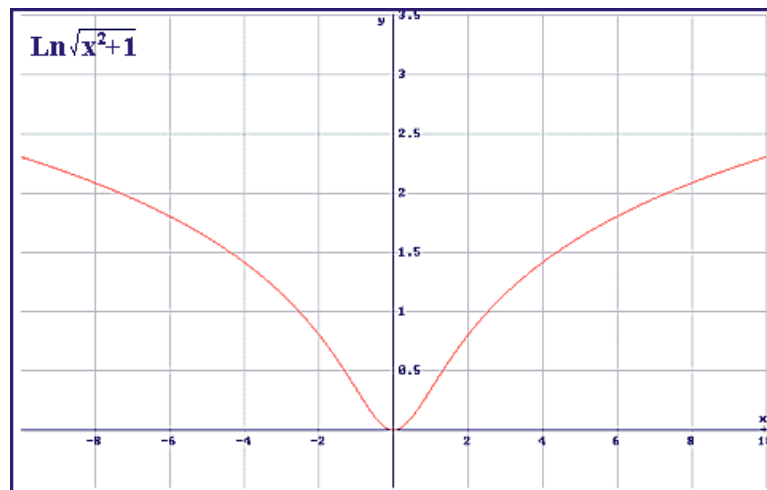
c) $f(x) = 3(x+1)^2$



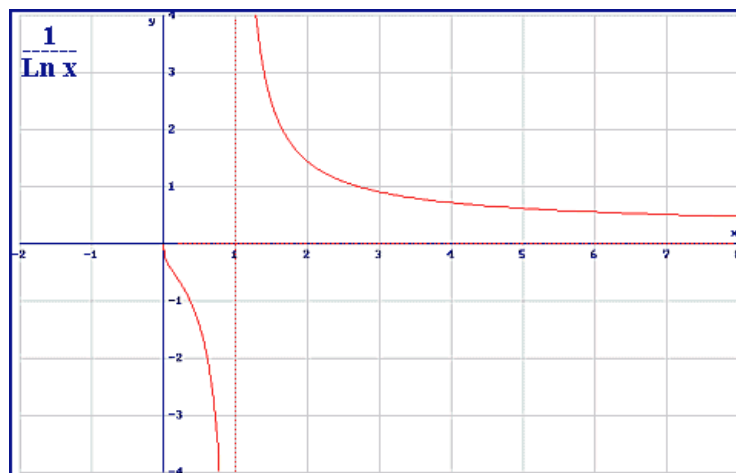
d) $g(x) = \frac{1}{x \ln 10}$



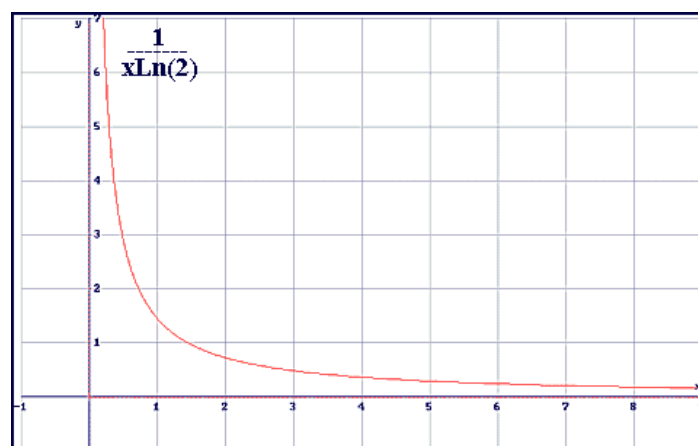
e) $f(x) = \ln \sqrt{x^2 + 1}$



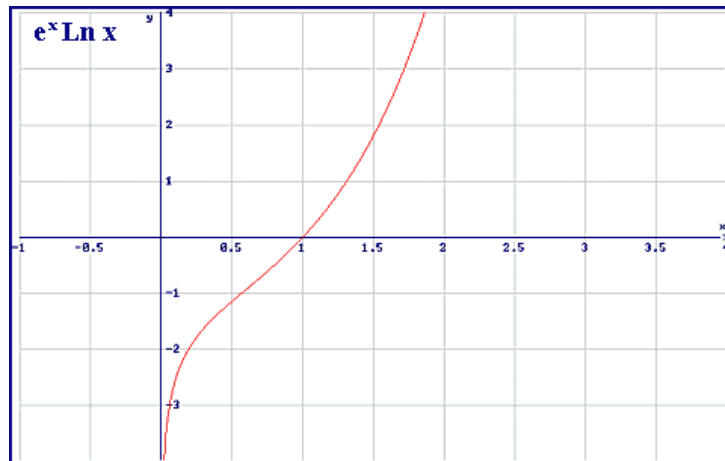
f) $h(x) = \frac{1}{\ln x}$



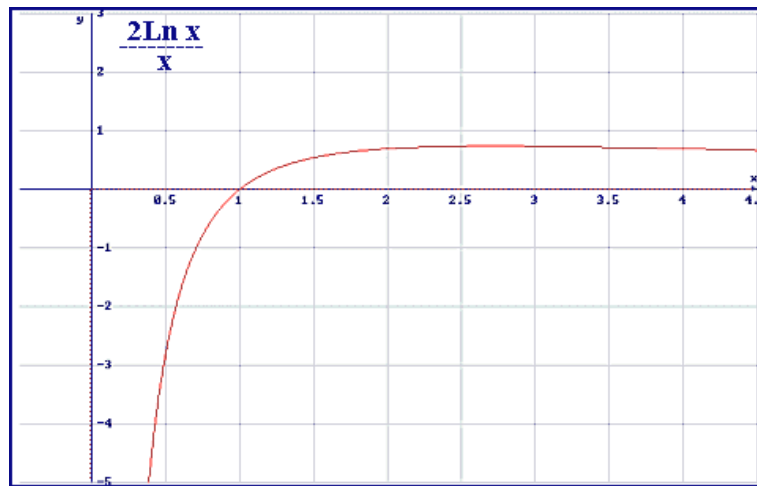
g) $f(x) = \frac{1}{x \ln 2}$



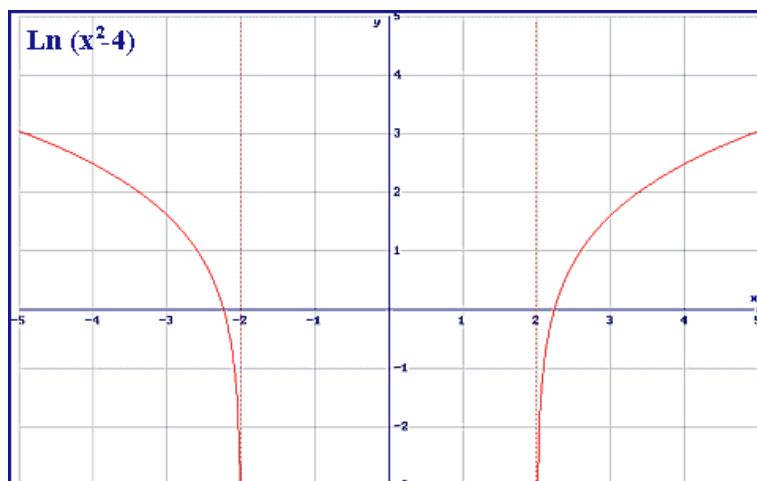
h) $f(x) = e^x \ln x$



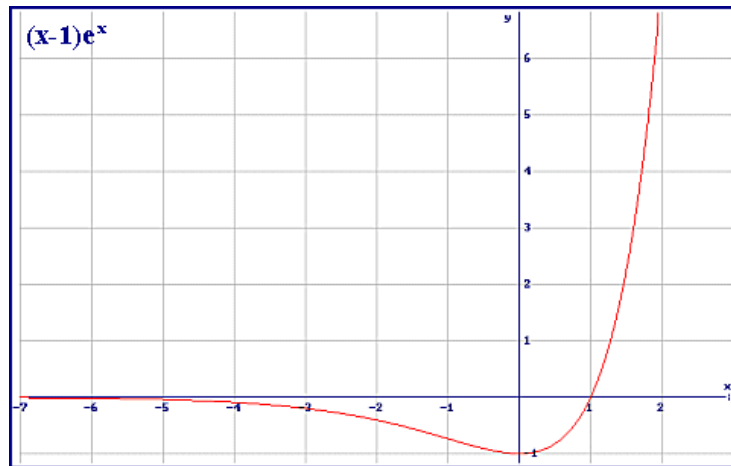
i) $f(x) = \frac{2 \ln x}{x}$



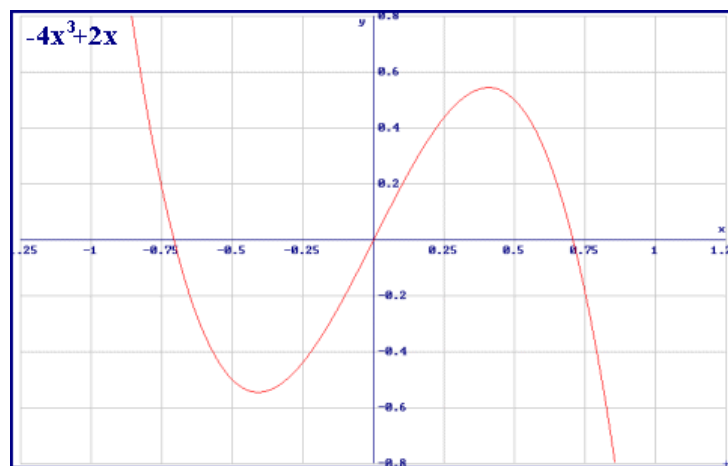
j) $f(x) = \ln(x^2 - 4)$



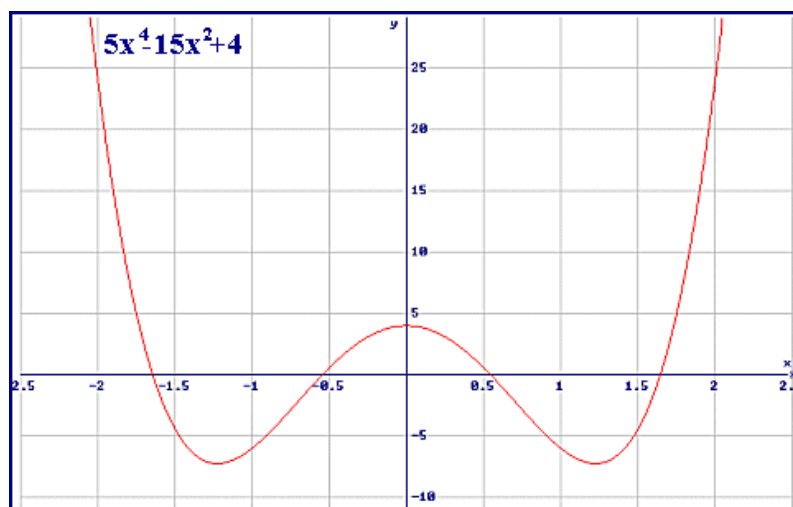
k) $g(x) = (x-1)e^x$



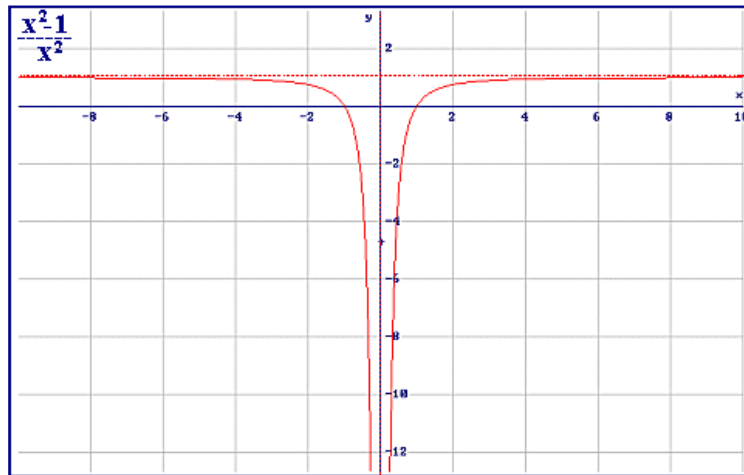
l) $h(x) = -4x^3 + 2x$



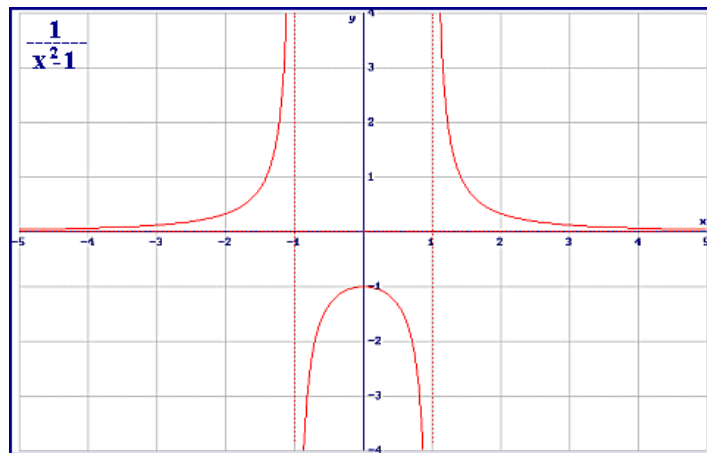
ll) $f(x) = 5x^4 - 15x^2 + 4$



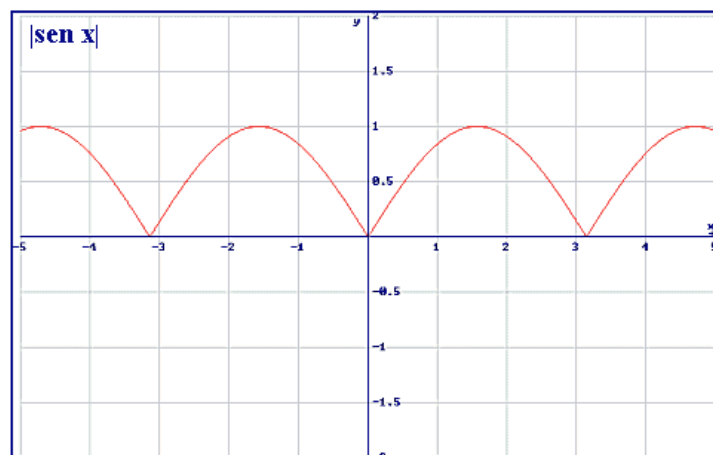
m) $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2}$



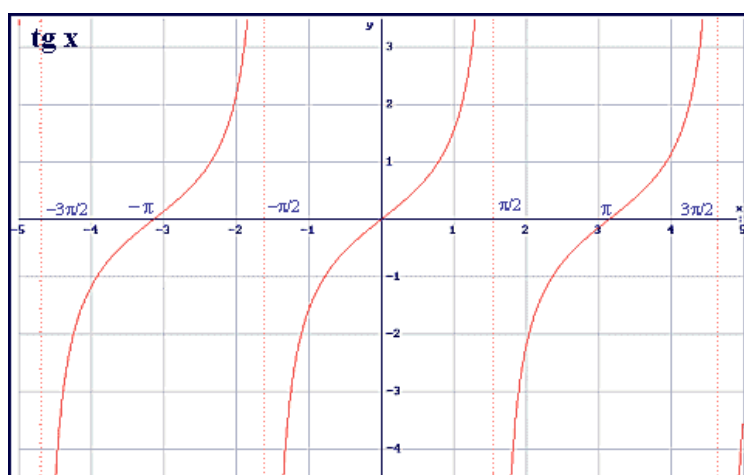
n) $h(x) = \frac{1}{x^2 - 1}$



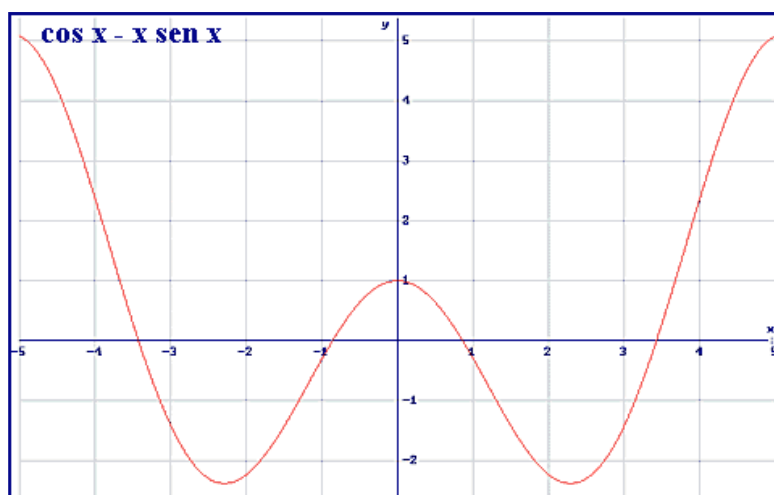
ñ) $g(x) = |\text{sen } x|$



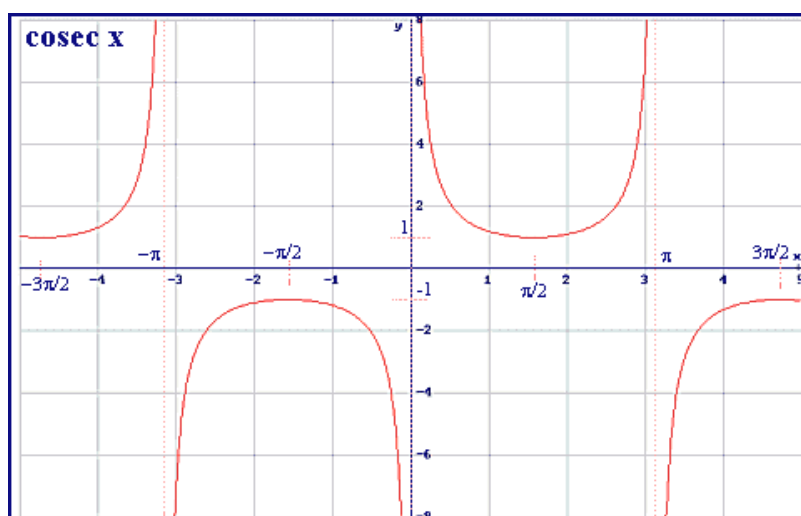
o) $g(x) = \text{tg } x$



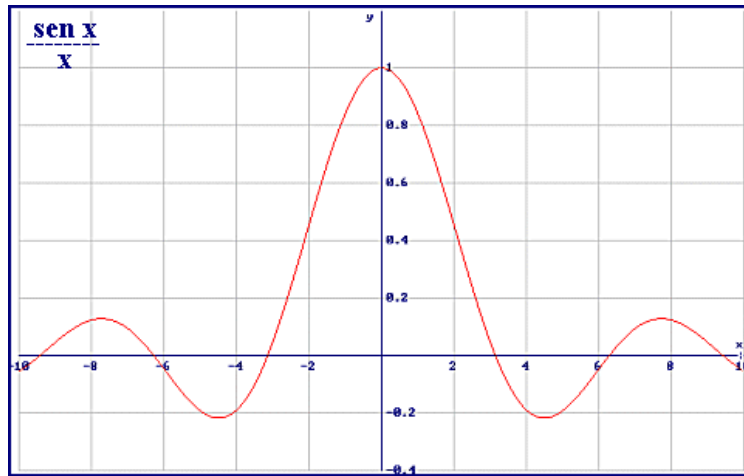
p) $h(x) = \cos x - x \sin x$



q) $g(x) = \operatorname{cosec} x$



$$r) f(x) = \frac{\text{sen} x}{x}$$



56.- Representa gráficamente las siguientes funciones y di si es continua o no:

$$a) y = \begin{cases} x+3 & \text{six} < 1; \\ 5-x & \text{six} \geq 1; \end{cases} \quad b) y = \begin{cases} 4 & \text{six} < 0 \\ 4-x & \text{si } 0 \leq x \leq 5 \\ 2x-11 & \text{six} > 5 \end{cases}$$

57.- Representa las siguientes funciones y explica si son discontinuas en algunos de sus puntos:

$$a) f(x) = \begin{cases} 2x-1 & \text{six} < 3 \\ 5-x & \text{six} \geq 3 \end{cases} \quad b) y = \begin{cases} 1 & \text{six} \leq 0 \\ x^2+1 & \text{six} > 0 \end{cases} \quad c) y = \begin{cases} x^2-2 & \text{six} < 2 \\ x & \text{six} > 2 \end{cases}$$

58.- Representa gráficamente la función cuadrática $y = x^2 - 4x$ y la función afín $y = x - 4$ y calcula sus puntos de intersección.

59.- Representa gráficamente las funciones:

$$\begin{aligned} a) y &= -x^2 + x + 6 & f) y &= |x^2 + 6x| \\ b) y &= |-x^2 + x + 6| & g) y &= -x^2 - x - 1 \\ c) y &= x^2 + 4 & h) y &= |-x^2 - x - 1| \\ d) y &= |x^2 + 4| \\ e) y &= x^2 + 6x \end{aligned}$$

60.- ¿Cuál de las siguientes expresiones no define una función polinómica? ¿Por qué?

$$\begin{aligned} a) y &= \frac{x^2 + \sqrt{3}x - 5}{\sqrt{2}} & c) y &= x^{-3} + 5x^2 - 1 \\ b) y &= \frac{1}{3}x^4 + \sqrt{3}x^2 + 3x & d) y &= x^2 + \frac{x}{3} \end{aligned}$$

61.- Representa las siguientes funciones y estudia sus características:

$$a) y = \frac{1}{x-2} \quad b) y = \frac{3}{x} \quad c) y = \frac{-1}{2x} \quad d) y = \frac{-3}{x+1} + 2$$

62.- Representa gráficamente y calcula los puntos de intersección entre los siguientes pares de funciones:

$$a) \begin{cases} y = \frac{3}{x-1} \\ y = x+1 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} y = \frac{5}{x+2} \\ y = x-2 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} y = \frac{1}{-x-1} \\ y = 2 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} y = \frac{5-x}{3-x} \\ y = x+1 \end{cases}$$

63.- Representa las siguientes funciones y estudia sus características:

$$a) y = \sqrt{x-1}$$

$$c) f(x) = 2\sqrt{x+2}$$

$$e) g(x) = \sqrt{-3x}$$

$$b) y = \sqrt{x-1}$$

$$d) f(x) = 3 + \sqrt{2-x}$$

$$f) y = -\sqrt{-3-x}$$

64.- Escribe la expresión analítica de la función que resulta al trasladar $f(x) = \frac{2}{3x}$:

a) dos unidades hacia la derecha.

b) tres unidades hacia abajo.

c) una unidad hacia la izquierda.

d) dos unidades hacia arriba.

e) tres unidades hacia la derecha y una hacia arriba.

f) una unidad hacia abajo y dos hacia la izquierda.

65.- Igual que el anterior para:

$$a) g(x) = \sqrt{-x}$$

$$b) g(x) = \sqrt{x}$$

$$c) g(x) = -\sqrt{-x}$$

$$d) g(x) = -\sqrt{x}$$

66.- Calcula la ecuación de la gráfica de la función que se obtiene al trasladar la gráfica de

$y = \frac{x^3}{2}$ en la dirección de los siguientes vectores:

$$a) (1, -2)$$

$$b) (0, 3)$$

$$c) (-1, 2)$$

$$d) (-2, -3)$$

67.- Igual que el anterior para $g(x) = \sqrt{-x}$.

6.- Estudia la continuidad de las siguientes funciones:

$$a) f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & \text{si } x \geq 0 \\ -x^2 + 2 & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

$$b) g(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{si } x \geq 0 \\ -x + 2 & \text{si } -1 < x < 0 \\ x^2 & \text{si } x \leq -1 \end{cases}$$

$$c) y = \begin{cases} x & \text{si } x \leq 2 \\ 1 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

$$d) y = \begin{cases} x + 3 & \text{si } x < 1 \\ 5 - x & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

$$e) y = \begin{cases} 4 & \text{si } x < 0 \\ 4 - x & \text{si } 0 \leq x \leq 5 \\ 2x - 11 & \text{si } x > 5 \end{cases}$$

$$f) f(x) = \begin{cases} 2x - 1 & \text{si } x < 3 \\ 5 - x & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$$

$$g) y = \begin{cases} 1 & \text{si } x \leq 0 \\ x^2 + 1 & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

$$h) y = \begin{cases} x^2 - 2 & \text{si } x < 2 \\ x & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

$$i) f(x) = \frac{x^2 - 5x + 11}{x - 2}$$

$$l) y = \frac{x^2}{(x-1)^2}$$

$$j) f(x) = \frac{-x^3 + x^2 - 2x + 3}{x^2 + 3}$$

$$ll) y = \frac{x^3}{x^2 - 1}$$

$$k) f(x) = \frac{3x - 1}{2 - x}$$

$$m) y = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 2x}$$

$$n) y = \frac{x^2 - 5x + 11}{x - 2}$$

$$\tilde{n}) y = \frac{x}{1 + x^2}$$

TEMA 5: TRIGONOMETRÍA.

1.- Pasa a grados sexagesimales o a radianes según corresponda:

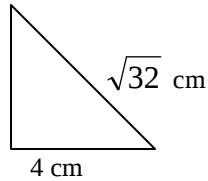
a) $\frac{3\pi}{4} \text{ rad}$

b) 60°

c) 155°

d) $\frac{7\pi}{8} \text{ rad}$

2.- Calcula las razones trigonométricas de un ángulo de 45° utilizando el siguiente triángulo rectángulo isósceles:



3.- Calcula las razones trigonométricas del ángulo cuyo coseno vale $0'32$ sabiendo que su seno es negativo.

4.- Razona si las siguientes frases son verdaderas o falsas:

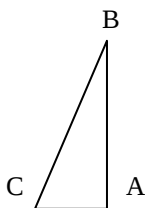
- a) Hay dos ángulos cuyo coseno vale $1'2$.
- b) Hay dos ángulos entre 0° y 180° cuyo seno vale $-0'45$.
- c) El coseno de 313° y el coseno de 47° son iguales.

5.- ¿Qué solución tiene la ecuación $\sin x = \sin 42^\circ$? ¿Y la ecuación $\cos x = -1'2$?

6.- ¿Cuánto miden los lados de un rombo de diagonal mayor 24 cm y ángulo mayor 120° ?

7.- Pedro quiere medir la altura de un árbol. Para esto, se sitúa a 12 m del pie del árbol y observa que el ángulo de visión del árbol es de 32° . ¿Cuánto mide el árbol?

8.- Resuelve los siguientes triángulos rectángulos:



- 1. Cateto $c = 17 \text{ cm}$ y ángulo $B = 23^\circ$
- 2. Hipotenusa $a = 3 \text{ dm}$ y ángulo $C = 78^\circ$

9.- Demostrar que $\cos^4 x - \sin^4 x - 2\cos^2 x + 1 = 0$ cualquiera que sea el valor de x .

10.- ¿Son ciertas las siguientes identidades?

a) $\operatorname{cosec} \alpha = 1 - \sec \alpha$

b) $1 + \cot^2 \alpha = \operatorname{cosec}^2 \alpha$

c) $\cos \alpha = \frac{\operatorname{sen} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha}$

d) $1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \sec^2 \alpha$

11.- Halla la altura de un edificio que proyecta una sombra de 56 m. a la misma hora que un árbol de 21 m. proyecta una sombra de 24 m. **Sol:** 49 m

12.- En un mapa, la distancia entre La Coruña y Lugo es de 19 cm., entre Santiago de Compostela y La Coruña 12 cm, y entre Santiago de Compostela y Lugo 20 cm. En otro mapa, la distancia entre Santiago de Compostela y La Coruña es de 18 cm. ¿Cuáles serán las otras dos distancias medidas en este segundo mapa? **Sol:** 30 cm y 28'5 cm.

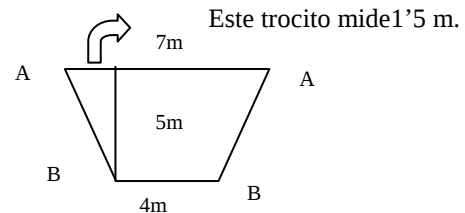
13.- En un mapa a escala 1:10.000.000, la distancia entre dos ciudades es de 12 cm. ¿Cuál es la distancia real que las separa? **Sol:** 1.200 km.

14.- Las bases de un trapecio isósceles miden 7 y 4 metros; su altura mide 5 metros. Halla los ángulos del trapecio.

Indicación: Aplicando $\operatorname{tg} A = \frac{5}{1'5}$, hallas A y

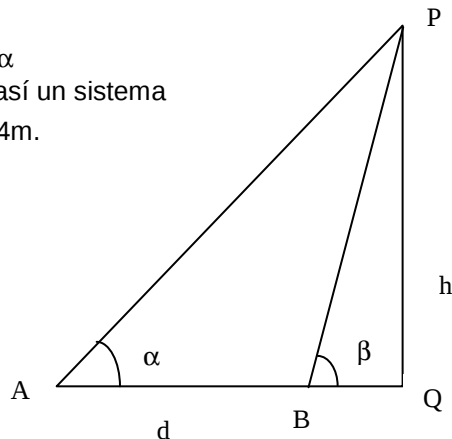
como $2A + 2B = 360^\circ$, te debe salir:

$$A = 73^\circ 18' 27'' \text{ y } B = 106^\circ 41'.$$



15.- Desde un punto A del suelo se observa una torre, PQ, y se la ve bajo un ángulo $\alpha = 31^\circ$. Se avanza 40 m. en dirección a la torre, se mira y se la ve, ahora, bajo un ángulo $\beta = 58^\circ$. Halla la altura h de la torre y la distancia de A al pie, Q, de la torre.

Indicación: Mirando el triángulo AQP aplica $\operatorname{tg} \alpha$
 Mirando el triángulo BQP aplica $\operatorname{tg} \beta$. Obtienes así un sistema
 y resolviéndolo obtendrás $\overline{BQ} = 24$ m y $h = 38'4$ m.
 Finalmente $\overline{AQ} = 64$ m.



16.- De un rombo ABCD se conocen la diagonal $\overline{AC} = 4$ m y el lado $\overline{AB} = 5$ m. Halla los ángulos del rombo y su otra diagonal. **Sol:** $132^\circ 48'$, $47^\circ 12'$, $9'2$ m.

17.- Desde un cierto punto del terreno se mira a lo alto de una montaña y la visual forma un ángulo de 50° con el suelo. Al alejarse 200 m de la montaña, la visual forma 35° con el suelo. Halla la altura, h, de la montaña. **Sol:** $339'6$ m.

18.- Simplifica:

a) $\frac{1}{\cos x} - \cos x - \operatorname{tg}^2 x \cdot \cos x$ **Sol:** 0

b) $\frac{(1 - \cos x)(1 + \cos x)}{\operatorname{sen} x}$ **Sol:** $\operatorname{sen} x$

$$c) \frac{\cos \alpha - \cos^3 \alpha}{\sin \alpha - \sin^3 \alpha}$$

Sol: $\operatorname{tg} \alpha$

19.- El radio de un polígono regular mide 10 m. ¿Cuánto miden el lado y la apotema?

Sol: $a = 8,09$ m; $l = 11,76$ m

20.- Calcula los ángulos de un rombo cuyas diagonales miden 14 cm y 8 cm.

Sol: $120^\circ 30' 36''$; $59^\circ 29' 23''$

21.- Desde un barco se ve el punto más alto de un acantilado con un ángulo de 74° . Sabiendo que la altura del acantilado es de 200 m, ¿a qué distancia se halla el barco del pie del acantilado?

Sol: 57,35 m

22.- Si la sombra de un poste es la mitad de su altura, ¿qué ángulo forman los rayos del sol con el horizonte? **Sol:** $63^\circ 26' 6''$

23.- En un triángulo isósceles el lado correspondiente al ángulo desigual mide 7,4 m y uno de los ángulos iguales mide 63° . Halla la altura y el área. **Sol:** $h = 7,26$ m, $S = 26,86$ m²

24.- Calcula el seno y el coseno de un ángulo cuya tangente vale 0'7.

Sol: $\sin \alpha = 0,57$; $\cos \alpha = 0,82$

25.- Completa en tu cuaderno la siguiente tabla, haciendo uso de las relaciones fundamentales:

Sen α	0,94		4/5			
Cos α		0,82			$\frac{\sqrt{3}}{2}$	
tg α				3,5		1

NOTA: En las operaciones que te aparezcan radicales, trabaja con ellos; no utilices su expresión decimal.

26.- Calcula el valor exacto de las razones trigonométricas que faltan y el ángulo α :

Sen α	1/3		
Cos α		$\frac{\sqrt{2}}{3}$	
tg α			2
α			

27.- Desde la torre de control de un aeropuerto se establece comunicación con un avión que va a aterrizar. En ese momento el avión se encuentra a una altura de 1.200 m y el ángulo de observación desde la torre (ángulo que forma la visual hacia el avión con la horizontal) es de 30° . ¿A qué distancia está el avión del pie de la torre si ésta mide 40 m de alto? **Sol:** 2.340 m

40.- Halla los lados y los ángulos de un triángulo rectángulo del que se conoce la hipotenusa $a = 4'6\text{m}$, y un cateto, $c = 3'1\text{m}$. **Sol:** $b = 3'40\text{m}$, $B = 47^\circ 37' 24''$, $C = 42^\circ 22' 35''$.

41.- Comprueba si son ciertas las siguientes identidades trigonométricas:

a) $(\sec x - 1)(\sec x + 1) = \tan^2 x$

b) $\sec x - \tan x = \frac{\cos x}{1 + \sin x}$

c) $1 - \frac{\cos^2 x}{1 + \sin x} = \sin x$

d) $\frac{\tan^2 x}{\sec x + 1} = \frac{1 - \cos x}{\cos x}$

e) $\frac{\cot gu - 1}{\cot gu + 1} = \frac{1 - \tan u}{1 + \tan u}$

f) $\sin^4 r - \cos^4 r = \sin^2 r - \cos^2 r$

42.- Prueba las siguientes identidades: NO TE DES POR VENCID@. Si lo intentaste 5 veces y no te resultó, inténtalo 5 veces más.

a) $2(1 - \cos^2 \alpha) + \cos^2 \alpha = 1 + \sin^2 \alpha$

b) $(1 + \sin \alpha)(1 - \sin \alpha) = \cos^2 \alpha$

c) $\frac{\cos \alpha}{\cot g \alpha} = \sin \alpha$

d) $\cos ec \alpha = \cot g \alpha \cdot \sec \alpha$

e) $\frac{\tan \alpha}{\sin \alpha} - \sec \alpha = 0$

f) $\tan \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \cos ec \alpha = 1$

g) $\frac{\sin \alpha}{\cos ec \alpha} + \frac{\cos \alpha}{\sec \alpha} = 1$

h)

$\cos \alpha + 2 \tan \alpha = (\cos^2 \alpha + 2 \sin \alpha) \cdot \sec \alpha$

i) $(1 - \sin^2 \alpha)(1 + \tan^2 \alpha) = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha$

j) $\frac{\sec \alpha}{\tan \alpha + \cot g \alpha} = \sin \alpha$

k) $\sin^4 \alpha \cdot \cos ec^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha$

l) $\frac{1 - \tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$

ll) $5 \sin \alpha \cdot \cos \alpha = 5(1 - \cos^2 \alpha) \cdot \cot g \alpha$

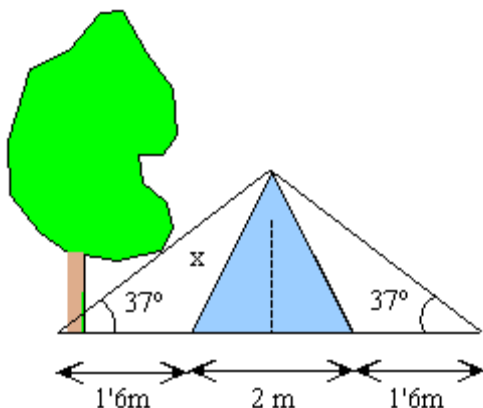
m) $\sec \alpha - \sin^2 \alpha \cdot \sec \alpha = \cos \alpha$

n) $(\sin \alpha \cdot \cos \alpha)^2 + \cos^4 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha$

43.- Un poste vertical de 3 m proyecta una sombra de 2 m; ¿qué altura tiene un árbol que a la misma hora proyecta una sombra de 4,5 m? **Sol:** 6,75 m

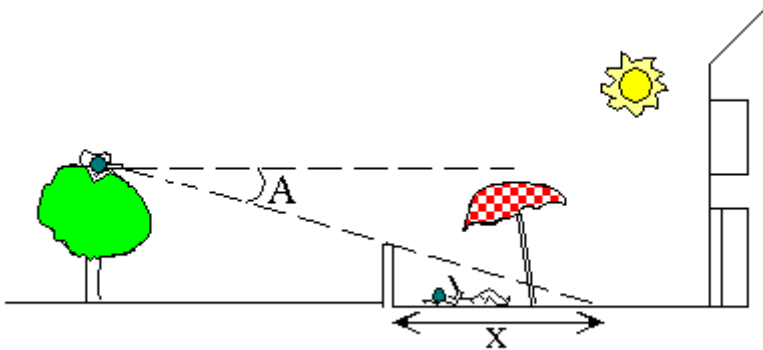
44.- Las longitudes de los lados de un campo triangular son 125 m, 75 m y 100 m. Se hace a escala un dibujo del campo, y el lado mayor queda representado por un segmento de 3 cm. ¿Cuáles son las longitudes de los otros dos lados del triángulo en el dibujo? **Sol:** 2,4 cm y 1,8 cm.

45.- Halla la longitud de los vientos que sujetan la tienda de campaña y la longitud del lado x.



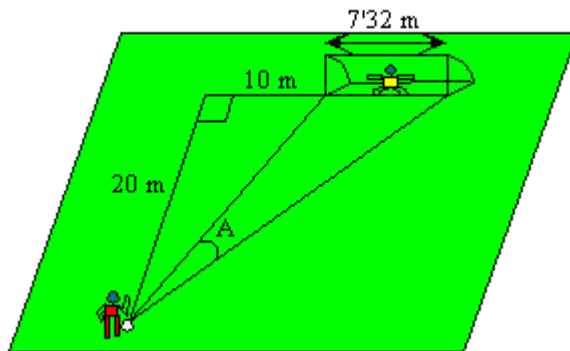
47.- Un pentágono se inscribe en un círculo de radio 3. Hallar su lado y su apotema.

48.- Un tobogán tiene una altura máxima de 3 y una longitud de 5 ¿cual es su inclinación?

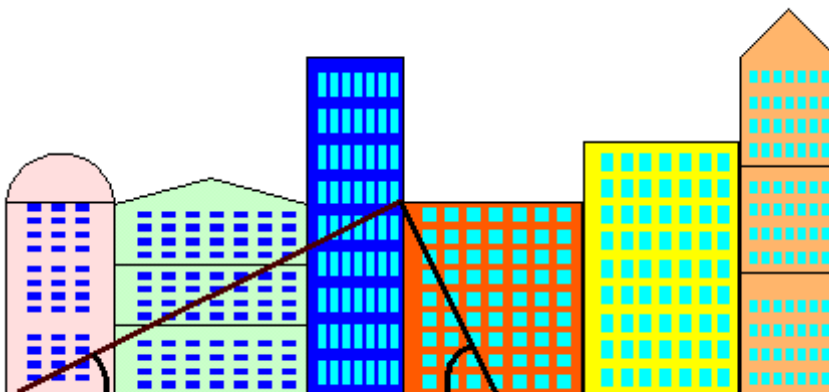


49.- Una paparatzzi pretende fotografiar al afectado actor Antonio Estandartes y se sube a un árbol de 3'75 m de altura. Si la distancia a la tapia es de 6 m y la altura de ésta de 2'25 m. ¿Bajo qué ángulo observará la propiedad del actor?, ¿cuál es la máxima separación del muro a la que podrá tumbarse nuestro famoso si no desea ver turbada su intimidad?

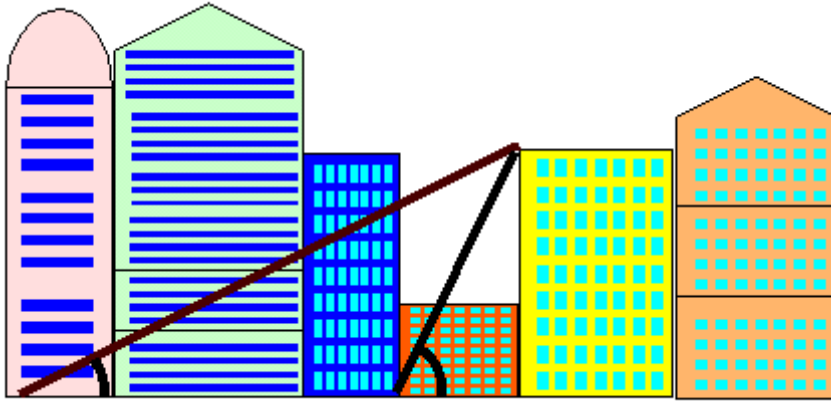
50.- Calcula el ángulo de tiro.



51.- Marta y Rafael caminan por la avenida separados 100 m. Marta ve la esquina izquierda de la azotea de un edificio con un ángulo de elevación de 30° , y Rafael lo hace con un ángulo de 60° . Halla su altura.

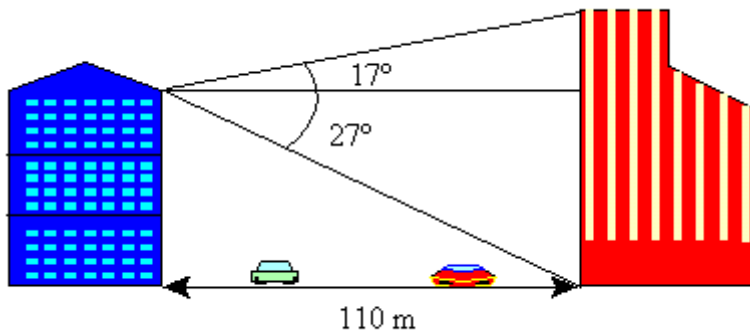


52.- Marta y Rafael caminan por la avenida separados 100 m. Marta ve la esquina izquierda de la azotea de un edificio con un ángulo de elevación de 30° , y Rafael lo hace con un ángulo de 60° . Halla su altura.

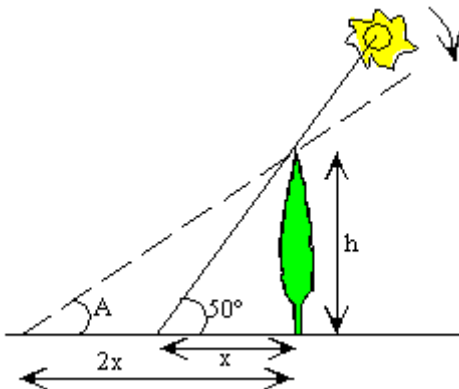


53.- Un helicóptero de tráfico está sobre un tramo recto de carretera. En un instante detecta a un vehículo bajo un ángulo de depresión de 25° , quince segundos más tarde lo contempla bajo un ángulo de 80° . Si el helicóptero se encuentra a 300 m de altura, ¿resultará multado el conductor, sabiendo que la velocidad está limitada a 130 Km/h?

54.- Calcular la altura de ambos edificios.



55.- Un árbol tiene determinada sombra cuando el sol se observa bajo un ángulo de elevación de 50° . ¿Bajo qué ángulo proyectará una sombra el doble que la anterior?



56.- Desde un llano, junto al pie de una pared vertical, se observa un alpinista bajo un ángulo de elevación de 26° , y la cima de la pared se observa bajo 34° . Si estamos situados a 70 m de la base de la roca, ¿cuántos metros le quedan por escalar hasta alcanzar la cumbre?

TEMA 7: GEOMETRÍA ANALÍTICA.

1.- Dibuja y calcula las coordenadas del vector que nace en el punto A (4, 5) y tiene el extremo en el punto B (-1, 2).

2.- Halla el módulo de los vectores: $\vec{a}$ (-1, 5); $\vec{b}$ (3, -2); $\vec{c}$ (-4, 2); $\vec{d}$ (5, 0)

3.- Determina el valor de k de manera que el vector u (k, 1/4) sea unitario (módulo 1).

4.- Dibuja y calcula las coordenadas del vector que nace en el punto A (4, 5) y tiene el extremo en el punto B (-1, 2).

5.- Halla las coordenadas del punto simétrico de:

a) P (12, 2) respecto del punto (-1, 2).

b) P (12, 2) respecto de la recta $x + y = 1$.

6.- Si A es un punto cualquiera del plano, ¿cuáles son las coordenadas del vector $\vec{AA}$?

7.- Halla las coordenadas del origen de un vector cuyo extremo es B (0, 2) y es equipolente al vector $\vec{CD} = (2, -1)$. **Sol:** A (-2, 3).

8.- Si A (3, -1) y el vector libre $\vec{v} = (-1, 2)$, halla las coordenadas del punto B tal que $\vec{AB}$ sea un representante de $\vec{v}$.

9.- Las coordenadas del punto A y del vector $\vec{AB}$ son A (5, -1) y $\vec{AB} = (2, 4)$. Halla las coordenadas del vector de posición del punto B.

10.- El vector $\vec{AB}$ tiene coordenadas $\vec{AB} = (2, 5)$.

a) Determina las coordenadas de $\vec{BA}$ y dibuja los dos vectores.

b) Calcula $\vec{AB} + \vec{BA}$ y $\vec{AB} - \vec{BA}$.

c) Calcula $2\vec{AB}$ y $2\vec{BA}$. Compara los resultados.

11.- Dados los vectores de coordenadas $\vec{a} = (1, 2)$, $\vec{b} = (-3, 1)$, calcula las coordenadas de los vectores $\vec{a} + \vec{b}$ y $\vec{a} - \vec{b}$, y represéntalos gráficamente.

12.- Dados los siguientes vectores $\vec{a} = (5, 0)$; $\vec{b} = (-2, -3)$; $\vec{c} = (-1, 4)$, calcula:

a) $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c}$

b) $\vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$

c) Compara los resultados anteriores

13.- Dados los vectores $\vec{a} = (4, 1)$; $\vec{b} = (-1, 3)$; $\vec{c} = (0, 5)$:

a) Halla las coordenadas de $\vec{d} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$.

b) Si $\vec{AB}$ es un representante de $\vec{d}$ con origen A (2, 1), halla las coordenadas del punto B.

14.- Si ABC es un triángulo, halla a qué es igual $\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CA}$.

15.- Si $\vec{b} = (5, -1)$ y $\vec{c} = (3, 0)$, halla las coordenadas del vector $\vec{a}$ que verifica $2\vec{b} + \vec{a} = 3\vec{c}$.

Sol: $\vec{a} = (-1, 2)$.

16.- Demuestra que el triángulo de vértices A (6, 4), B (2, 10) y C (3, 2) es rectángulo.

17.- Comprueba que los vectores $\vec{AB}$ y $\vec{CD}$ tienen el mismo módulo siendo A, B, C, D los puntos de coordenada A (2, 1), B (4, 2), C (0, -4) y D (-1, -2).

18.- Halla el perímetro del triángulo de vértices A (1, 2), B (1, 5), C (4, 2). ¿Qué clase de triángulo es?

19.- Los vértices de un triángulo son los puntos de coordenadas A (1, 2); B (4, 4), C (0, 4), y la altura correspondiente al lado AB corta a dicho lado en el punto H (2, 2). Halla el área del triángulo.

20.- Los puntos medios de los lados de un triángulo son M (0, 3), N (3, 2), P (2, 0). Halla las coordenadas de los vértices del triángulo.

21.- En el cuadrilátero ABCD, sus vértices tienen por coordenadas A (2, 0), B (0, -4), C (-2, 2), D (2, 4). Si se unen los puntos medios de cada dos lados consecutivos, ¿cómo es el cuadrilátero que resulta? **Sol:** paralelogramo.

22.- Encuentra la ecuación de cada una de las siguientes rectas:

- a) perpendicular a $6x + 5y = 2$ conteniendo el punto (0, 4).
- b) paralela a $3x + 4y - 15 = 0$ conteniendo al punto (0, 3).
- c) paralela a $5y - 5x + 12 = 0$ conteniendo al punto (0, -3).
- d) pendiente $m = 2$ pasando por el punto de intersección de $x + y = 3$, y de $2x - 3y + 9 = 0$.

23.- Dos lados de un rombo están sobre las rectas $3x - y - 2 = 0$, $x - y - 5 = 0$. Encuentra las ecuaciones de las rectas que contienen a los otros dos lados si un vértice es (4, 3).

25.- Calcula el punto de intersección de las diagonales de un cuadrilátero de vértices A, B, C, y D siendo A (-3, -3), B (4, -1), C (3, 2) y D (-1, 6). Explica los pasos que sigues.

26.- El vector director de la recta r es $\vec{u} = (2, 3)$. Halla otros dos vectores directores de la misma y la pendiente de r.

27.- Calcula la pendiente de las rectas que tienen como vector director:

- a) $\vec{u} = (3, 2)$
- b) $\vec{u} = (9, 6)$
- c) $\vec{u} = (-6, -4)$
- d) $\vec{u} = (-3, 0)$

28.- Un vector director de una recta r es $\vec{u} = (6, -2)$. Halla:

- a) El vector director de r cuya primera componente sea -42.
- b) La pendiente de la recta.

29.- Halla la ecuación vectorial de la recta que pasa por A (1, -2) y tiene la dirección de $\vec{u} = (2, 3)$.

30.- Escribe el resto de ecuaciones de la recta del ejercicio anterior.

31.- Representa gráficamente las rectas de ecuación vectorial:

- a) $(x, y) = (1, 1) + t(1, -1)$
- b) $(x, y) = (3 - t, 1)$
- c) $(x, y) = (t, 0)$
- d) $(x, y) = (1, 2) + t(1, 1)$

32.- Halla la ecuación vectorial de los ejes de coordenadas.

33.- Halla las ecuaciones paramétricas de:

- a) los ejes de coordenadas.
- b) la bisectriz del primer y tercer cuadrante.
- c) la bisectriz del segundo y cuarto cuadrante.

34.- Averigua si los puntos A (-2, 3), B (1, 5), C (2, 6) están alineados.

35.- Halla la ecuación continua de la recta que pasa por los puntos A (1, 3) y B (2, 1).

36.- La ecuación de una recta en forma continua es $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{4}$. Halla un punto y un vector director de la misma.

37.- Halla la ecuación en forma continua de la recta que pasa por los puntos:

- a) A (-2, -3), B (-1, -4)
- b) A (0, 1), B (1, 0)

38.- Los puntos A (4, 2), B (-2, 5), C (-3, -1) determinan un triángulo. Halla las ecuaciones de las medianas:

- a) en forma vectorial.
- b) en forma paramétrica.
- c) en forma continua.

39.- Expresa la recta de ecuación implícita $3x + 4y - 6 = 0$ en forma continua, explícita y punto-pendiente.

40.- Dada la recta de ecuación general $3x + 4y - 12 = 0$:

- a) Escríbela en la forma $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$.
- b) Halla sus puntos de intersección con los ejes y dibuja la recta.

41.- Halla el valor que debe tomar k para que las rectas $(4 - k)x + 4y + 3 = 0$ y $4x + (4 + k)y - 1 = 0$ sean paralelas.

42.- Halla a y b para que las rectas:

- a) $ax - 7y + 7b = 0$; $2x + 2y - 5 = 0$ sean coincidentes.
- b) $3ax - 2y + b = 0$; $x + 4by - 1 = 0$ se corten en P (1, -2).

43.- Encuentra la distancia entre (2, 1) y la recta de ecuación $x - 2y = 8$.

44.- Halla la ecuación de la recta que pasa por el punto P y es paralela a la recta $2x - 9y + 14 = 0$.

- a) P (1, 8)
- b) P (-3, 5)
- c) P (7, -2)
- d) P (-6, -4)

49.- Responde razonadamente a las siguientes cuestiones:

- a) Punto de corte de la recta $-5x + 6y - 1 = 0$ con el eje OX.
- c) Valor de a para que las rectas $ax + 3y - 5 = 0$ y $2x + 6y - 1 = 0$ sean paralelas.
- d) Ecuación implícita de la recta que pasa por el origen con vector de dirección $\vec{u}(3, -6)$.
- e) Valor de x para que el vector libre $\vec{u}(x, x + 1)$ sea unitario.